



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
REPUBLIK INDONESIA
2016

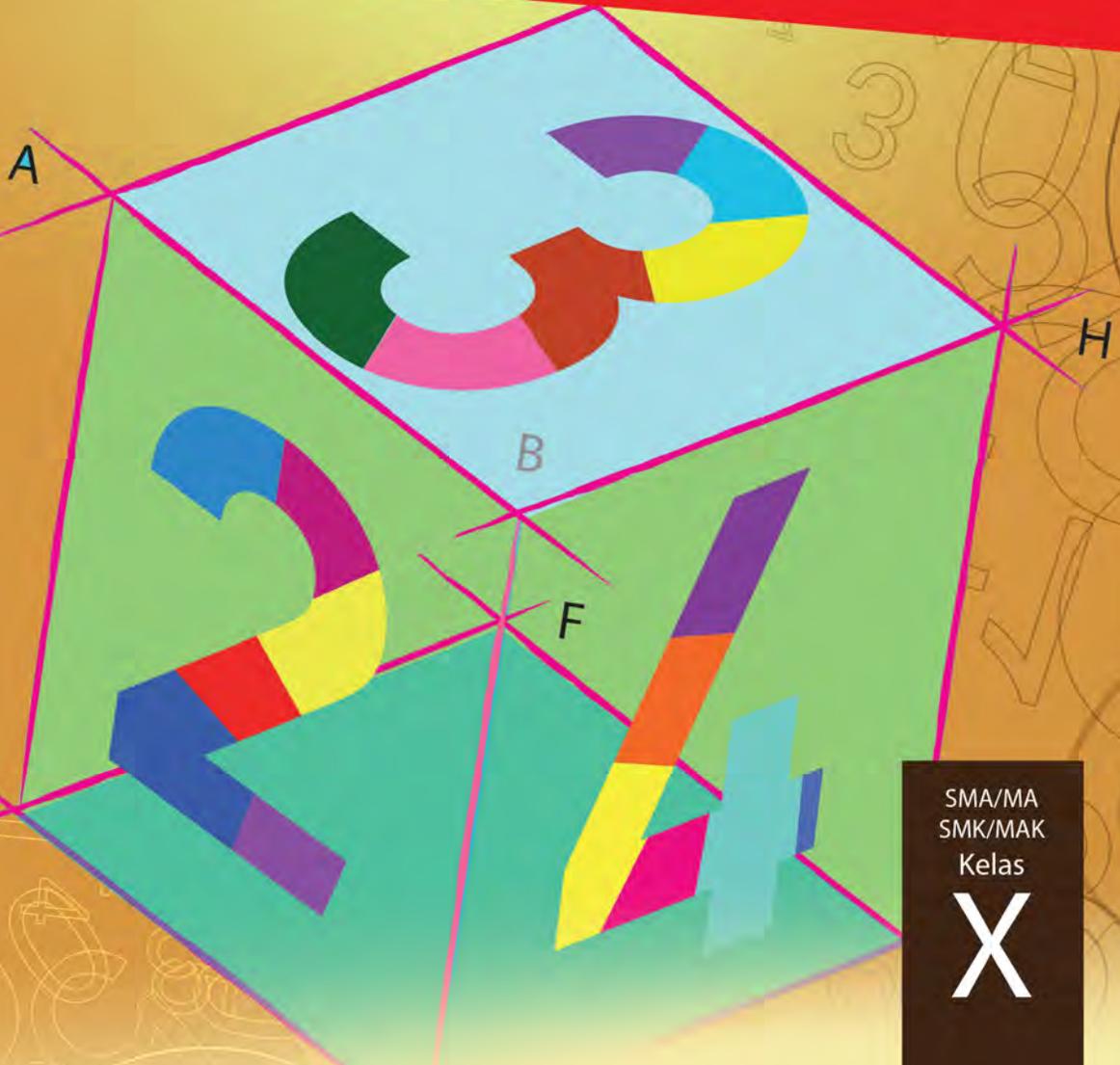


EDISI REVISI 2016

Buku Guru

MATEMATIKA

Buku Guru



SMA/MA
SMK/MAK
Kelas

X

Hak Cipta © 2016 pada Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Dilindungi Undang-Undang

MILIK NEGARA
TIDAK DIPERDAGANGKAN

***Disklaimer:** Buku ini merupakan buku guru yang dipersiapkan Pemerintah dalam rangka implementasi Kurikulum 2013. Buku guru ini disusun dan ditelaah oleh berbagai pihak di bawah koordinasi Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, dan dipergunakan dalam tahap awal penerapan Kurikulum 2013. Buku ini merupakan “dokumen hidup” yang senantiasa diperbaiki, diperbarui, dan dimutakhirkan sesuai dengan dinamika kebutuhan dan perubahan zaman. Masukan dari berbagai kalangan diharapkan dapat meningkatkan kualitas buku ini.*

Katalog Dalam Terbitan (KDT)

Indonesia. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Matematika / Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.-- Jakarta : Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2016.

viii, 156 hlm. : illus. ; 25 cm.

Untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas X

ISBN 978-602-282-494-7 (jilid lengkap)

ISBN 978-602-282-495-4 (jilid 1)

1. Matematika — Studi dan Pengajaran

I. Judul

II. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

510

Penulis : Prof. Dr. Bornok Sinaga, M.Pd. Pardomuan J.N.M Sinambela, M.Pd, Andri Kristianto Sitanggang, MP.d, Tri Andri Hutapea, S.Si, M.Sc, Sudianto Manulang, S.Si, M.Sc, Lasker Pengarapan Sinaga, S.Si, M.Si, Mangara Simanjorang

Penelaah : Agung Lukito, Ali Mahmudi, Kusnandi, dan Turmudi.

Penyelia Penerbitan : Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemdikbud.

Cetakan Ke-2, 2016

Disusun dengan huruf Minion Pro, 12 pt.

Kata Pengantar

Ibu dan Bapak guru kami yang terhormat, banyak hal yang sudah kita lakukan sebagai usaha membelajarkan peserta didik dengan harapan, mereka berketuhanan, berperikemanusiaan, berpengetahuan, dan berketerampilan melalui pendidikan matematika. Harapan dan tugas mulia ini cukup berat, menuntut tanggung jawab yang tidak habis-habisnya dari generasi ke generasi. Banyak masalah pembelajaran matematika yang dihadapi, bagaikan menelusuri sebuah lingkaran dengan titik-titik masalah yang tak berhingga banyaknya. Tokoh pendidikan matematika Soedjadi dan Yansen Marpaung menyatakan, kita harus berani memilih/menetapkan tindakan dan menghadapi resiko untuk meningkatkan kualitas pendidikan matematika di setiap sekolah tempat guru melaksanakan tugas profesionalitasnya. Artinya, guru sebagai orang yang pertama dan yang utama bertindak sebagai pengguna kurikulum perlu mengenal karakteristik siswa dengan baik, dan dituntut bekerjasama dalam memikirkan jalan keluar jika ada permasalahan yang terjadi. Oleh karena itu, pola pembelajaran yang bagaimana yang sesuai dengan karakteristik matematika dan karakteristik peserta didik di sekolah Ibu/Bapak gurulah yang lebih mengetahui.

Salah satu alternatifnya adalah mengembangkan pembelajaran matematika berbasis paham konstruktivisme. Buah pikiran ini didasarkan pada prinsip bahwa (1) setiap anak lahir di bumi, mereka telah memiliki potensi, (2) cara berpikir, bertindak, dan persepsi setiap orang dipengaruhi budaya, (3) matematika adalah produk budaya, hasil konstruksi sosial dan sebagai alat penyelesaian masalah kehidupan, dan (4) matematika adalah hasil abstraksi pikiran manusia. Untuk itu, diperlukan perangkat pembelajaran, media pembelajaran, dan asesmen otentik dalam pelaksanaan proses pembelajaran di kelas.

Model pembelajaran yang menganut paham konstruktivistik yang relevan dengan karakteristik matematika dan tujuan pembelajarannya cukup

banyak, seperti (1) model pembelajaran berbasis masalah, (2) pembelajaran kontekstual, (3) pembelajaran kooperatif, dan (4) banyak model pembelajaran lainnya. Dengan demikian, Bapak/Ibu dapat mempelajarinya secara mendalam melalui aneka sumber pembelajaran.

Pokok bahasan yang dikaji dalam buku petunjuk guru ini, mencakup materi yang terdapat di dalam suku siswa. Antara lain (1) Persamaan dan Pertidaksamaan Mutlak Linear Satu variabel, (2) Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel, (3) Fungsi, dan (4) Trigonometri. Berbagai konsep, aturan dan, sifat-sifat dalam matematika yang ditemukan melalui penyelesaian masalah nyata dan media pembelajaran yang terkait dengan materi yang diajarkan. Seluruh materi yang diajarkan mengacu pada pencapaian kompetensi yang ditetapkan dalam Kurikulum Matematika 2013. Semua petunjuk yang diberikan dalam buku ini hanyalah pokok-pokoknya saja. Oleh karena itu, Bapak dan Ibu guru dapat mengembangkan dan menyesuaikan dengan keadaan dan suasana kelas maupun sekolah saat pembelajaran berlangsung.

Akhir kata, kami sampaikan bahwa tidak ada gading yang tak retak. Rendahnya kualitas pendidikan matematika adalah masalah kita bersama. Kita telah diberi talenta yang beragam, seberapa besar buahnya yang dapat kita persembahkan padaNya. Taburlah rotimu di lautan tanpa batas, percayalah kamu akan mendapat roti sebanyak pasir di tepi pantai. Mari kita lakukan tugas mulia ini sebaik-baiknya, semoga buku petunjuk guru ini dapat digunakan dan bermanfaat dalam pelaksanaan proses pembelajaran matematika di sekolah.

Jakarta, Januari 2016

Tim Penulis



iOS segera hadir

Unduh buku lainnya melalui aplikasi. Gratis.

Buku BSE dilengkapi dengan daftar isi untuk memudahkan navigasi. Tersedia juga majalah, tabloid, buku dan koran yang lebih hemat hingga 80% dibanding edisi cetak.

Unduh aplikasi myedisi reader gratis
myedisi.com/reader

myedisi

Buku BSE terbaru belum tersedia di myedisi? Sampaikan melalui email bse@myedisi.com

Daftar Isi

| | |
|--|------------|
| Kata Pengantar | iii |
| Daftar Isi..... | v |
| Petunjuk Penggunaan Buku Guru | 1 |
| Penyusunan Rencana Pelaksanaan Pembelajaran | 9 |
| | |
| Bab 1 Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu | |
| Variabel..... | 17 |
| A. Kompetensi Inti | 17 |
| B. Kompetensi Dasar dan Indikator | 18 |
| C. Tujuan Pembelajaran..... | 19 |
| D. Diagram Alir | 20 |
| E. Materi Pembelajaran | 21 |
| Membelajarkan 1.1 Konsep Nilai Mutlak | 21 |
| Membelajarkan 1.3 Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu | |
| Variabel | 28 |
| F. Pengayaan | 34 |
| G. Remedial | 34 |
| H. Rangkuman | 35 |
| | |
| Bab 2 Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel | 37 |
| A. Kompetensi Inti | 37 |
| B. Kompetensi Dasar dan Indikator | 38 |
| C. Tujuan Pembelajaran..... | 39 |
| D. Diagram Alir | 40 |

| | | |
|---------------------------------|--|-----------|
| E. | Materi Pembelajaran | 41 |
| | Membelajarkan 2.1 Menyusun dan Menemukan Konsep Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel | 41 |
| | Membelajarkan 2.2 Penyelesaian Sistem Pertidaksamaan Linear Tiga Variabel | 48 |
| F. | Pengayaan | 54 |
| G. | Remedial | 54 |
| H. | Kegiatan Proyek | 54 |
| I. | Rangkuman | 55 |
| Bab 3 Fungsi | | 57 |
| A. | Kompetensi Inti | 57 |
| B. | Kompetensi Dasar dan Indikator | 58 |
| C. | Tujuan Pembelajaran | 60 |
| D. | Diagram Alir | 61 |
| E. | Materi Pembelajaran | 62 |
| | Membelajarkan 3.1 Memahami Notasi, Domain, Range dan Grafik Suatu Fungsi | 62 |
| | Membelajarkan 3.2 Operasi Aritmetika dan Komposisi Fungsi | 69 |
| | Membelajarkan 3.3 Menemukan Konsep Fungsi Invers | 76 |
| F. | Rangkuman | 83 |
| Bab 4 Trigonometri | | 85 |
| A. | Kompetensi Inti | 85 |
| B. | Kompetensi Dasar dan Indikator | 86 |
| C. | Tujuan Pembelajaran | 90 |

| | |
|---|------------|
| D. Diagram Alir | 91 |
| E. Materi Pembelajaran | 92 |
| Membelajarkan 4.1 dan 4.2 Ukuran Sudut dan Perbandingan Trigonometri pada Segitiga Siku-Siku | 92 |
| Membelajarkan 4.3 Nilai Perbandingan Trigonometri untuk 0° , 30° , 45° , 60° , dan 90° | 99 |
| Membelajarkan 4.4 Relasi Sudut..... | 106 |
| Membelajarkan 4.5 dan 4.6 Identitas Trigonometri dan Aturan Sinus dan Cosinus | 112 |
| Membelajarkan 4.7 Grafik Fungsi Trigonometri ($y = \sin x$, $y = \cos x$, dan $\tan y = \tan x$)..... | 119 |
| F. Pengayaan | 125 |
| G. Remedial | 126 |
| H. Kegiatan Proyek | 126 |
| I. Rangkuman | 127 |
| Kunci Jawaban | 129 |
| | |
| Glosarium..... | 152 |
| Daftar Pustaka..... | 155 |

Orang yang luar biasa itu
sederhana dalam ucapan,
tetapi hebat dalam tindakan.



Petunjuk Penggunaan Buku Guru

Dalam bagian ini diuraikan hal-hal penting yang perlu diikuti guru pada saat guru menggunakan buku ini. Hal-hal esensial yang dijabarkan, antara lain sebagai berikut. (1) Pentingnya guru memahami model pembelajaran berbasis konstruktivis dengan pendekatan *scientific learning* terkait sintaksis model pembelajaran yang diterapkan, sistem sosial, prinsip reaksi pengelolaan (perilaku guru mengajar di kelas), sistem pendukung pembelajaran yang harus dipersiapkan (berbagai fasilitas, misalnya buku siswa, lembar aktivitas siswa, media pembelajaran, instrumen penilaian, tugas-tugas yang akan diberikan), serta dampak intruksional dan dampak pengiring (sikap) yang harus dicapai melalui proses pembelajaran. (2) Mengorganisir siswa belajar (di dalam dan luar kelas) dalam memberi kesempatan mengamati data informasi, dan masalah kerja kelompok dalam memecahkan masalah, dan memberi bantuan jalan keluar bagi siswa. (3) Memilih model, strategi, dan metode pembelajaran untuk tujuan pembelajaran yang efektif. (4) Memilih sumber belajar yang melibatkan partisipasi aktif siswa dalam proses pembelajaran yang dipicu melalui pengajuan masalah, pemberian tugas produk, dan proyek. (5) Petunjuk penggunaan asesmen otentik untuk mengecek keberhasilan aspek sikap, pengetahuan, dan keterampilan. (6) Petunjuk pelaksanaan remedial dan pemberian pengayaan.

A. Model dan Metode Pembelajaran Berbasis Konstruktivistik dengan Pendekatan *Scientific Learning*

Model pembelajaran yang diterapkan dalam buku ini dilandasi dengan teori pembelajaran yang menganut paham konstruktivistik. Seperti *Project-Based Learning*, *Problem-Based Learning*, dan *Discovery Learning* dengan pendekatan *scientific learning* melalui proses mengamati, menanya, menalar, mencoba, membangun jejaring dan mengomunikasikan berbagai informasi terkait pemecahan masalah *real world*, analisis data, dan menarik kesimpulan. Proses pembelajaran memberi perhatian pada aspek-aspek kognisi dan mengangkat berbagai masalah *real world* yang sangat mempengaruhi aktivitas

dan perkembangan mental siswa selama proses pembelajaran dengan prinsip-prinsip berikut. (1) Setiap anak lahir, tumbuh dan berkembang dalam matriks sosial tertentu telah memiliki potensi. (2) Cara berpikir, bertindak, dan persepsi setiap orang dipengaruhi nilai budayanya. (3) Matematika adalah hasil konstruksi sosial dan sebagai alat penyelesaian masalah kehidupan. (4) Matematika adalah hasil abstraksi pikiran manusia.

Metode pembelajaran yang diterapkan, antara lain metode penemuan, pemecahan masalah, tanya-jawab, diskusi dalam kelompok heterogen, pemberian tugas produk, unjuk kerja, dan proyek. Pembelajaran matematika yang diharapkan dalam praktek pembelajaran di kelas adalah (1) pembelajaran berpusat pada aktivitas siswa, (2) siswa diberi kebebasan berpikir memahami masalah, membangun strategi penyelesaian masalah, mengajukan ide-ide secara bebas dan terbuka, (3) guru melatih dan membimbing siswa berpikir kritis dan kreatif dalam menyelesaikan masalah, (4) upaya guru mengorganisasikan untuk bekerja sama dalam kelompok belajar, melatih siswa berkomunikasi menggunakan grafik, diagram, skema, dan variabel, (5) seluruh hasil kerja selalu dipresentasikan di depan kelas untuk menemukan berbagai konsep, hasil penyelesaian masalah, dan aturan matematika yang ditemukan melalui proses pembelajaran.

Rancangan model pembelajaran masing-masing akan diterapkan mengikuti 5 (lima) komponen utama model pembelajaran, yaitu sintaks, sistem sosial, prinsip reaksi, sistem pendukung, serta dampak instruksional dan pengiring yang diharapkan dijabarkan sebagai berikut.

1. Sintaks

Pengelolaan pembelajaran terdiri atas 5 tahapan pembelajaran, yaitu apersepsi, interaksi sosial antara siswa, guru, dan masalah, mempresentasikan dan mengembangkan hasil kerja, temuan objek matematika dan penguatan skemata baru, serta menganalisis dan mengevaluasi proses dan hasil penyelesaian masalah.

a. Apersepsi

Tahap apersepsi diawali dengan menginformasikan kepada siswa kompetensi dasar dan indikator yang akan dicapai siswa melalui pembelajaran

materi yang akan diajarkan. Kemudian, guru menumbuhkan persepsi positif dan motivasi belajar pada diri siswa melalui pemaparan manfaat materi matematika yang dipelajari untuk penyelesaian masalah dalam kehidupan serta meyakinkan siswa. Hal ini dapat dilakukan jika siswa terlibat aktif dalam merekonstruksi konsep dan prinsip matematika melalui penyelesaian masalah yang bersumber dari fakta dan lingkungan kehidupan siswa dengan strategi penyelesaian dengan menerapkan pola interaksi sosial yang dipahami siswa dan guru. Dengan demikian, siswa akan lebih baik menguasai materi yang diajarkan karena informasi baru berupa pengetahuan lebih bertahan lama di dalam ingatan siswa dan pembelajaran lebih bermakna. Hal ini disebabkan setiap informasi baru dikaitkan dengan apa yang diketahui siswa dan menunjukkan secara nyata tentang kegunaan konsep dan prinsip matematika yang dipelajari dalam kehidupan.

b. Interaksi Sosial Antara Siswa, Guru, dan Masalah

Pada tahap orientasi masalah dan penyelesaian masalah, guru meminta siswa mencoba memahami masalah dan mendiskusikan hasil pemikiran melalui belajar kelompok. Pembentukan kelompok belajar menerapkan prinsip kooperatif, yakni heterogenan anggota kelompok dari segi karakteristik. Seperti kemampuan dan jenis kelamin siswa, perbedaan budaya, perbedaan agama dengan tujuan agar siswa terlatih bekerjasama, berkomunikasi, menumbuhkan rasa toleransi dalam perbedaan, saling memberi ide dalam penyelesaian masalah, serta saling membantu dan berbagi informasi. Guru memfasilitasi siswa dengan buku siswa, Lembar Aktivitas Siswa (LAS), dan Asesmen Otentik. Selanjutnya, guru mengajukan permasalahan matematika yang bersumber dari lingkungan kehidupan siswa. Guru menanamkan nilai-nilai matematis (jujur, konsisten, dan tangguh menghadapi masalah) serta nilai-nilai budaya agar para siswa saling berinteraksi secara sosio kultural, memotivasi dan mengarahkan jalannya diskusi agar lebih efektif, dan mendorong siswa bekerjasama.

Selanjutnya, guru memusatkan pembelajaran pada siswa dalam kelompok belajar untuk menyelesaikan masalah. Guru meminta siswa memahami masalah secara individu dan mendiskusikan hasil pemikirannya dalam kelompok, dan dilanjutkan berdialog secara interaktif (berdebat, bertanya, mengajukan ide-

ide, dan berdiskusi) dengan kelompok lain dengan arahan guru. Antaranggota kelompok saling bertanya-jawab, berdebat, merenungkan hasil pemikiran teman, mencari ide, dan mencari jalan keluar penyelesaian masalah. Setiap kelompok memadukan hasil pemikiran dan menuangkannya dalam sebuah LAS yang dirancang guru. Jika semua anggota kelompok mengalami kesulitan untuk memahami dan menyelesaikan masalah, maka salah seorang dari anggota kelompok bertanya kepada guru sebagai panutan. Selanjutnya, guru memberi *scaffolding* berupa pemberian petunjuk, memberi kemudahan dalam pengerjaan tugas siswa, contoh analogi, struktur, bantuan jalan keluar sampai saatnya siswa dapat mengambil alih tugas-tugas penyelesaian masalah.

c. **Mempresentasikan dan Mengembangkan Hasil Kerja**

Pada tahapan ini, guru meminta salah satu kelompok mempresentasikan hasil kerjanya di depan kelas dan memberi kesempatan pada kelompok lain memberi tanggapan berupa kritikan disertai alasan-alasan, masukan untuk membandingkan hasil pemikiran. Sesekali guru mengajukan pertanyaan untuk menguji pemahaman/penguasaan penyaji dan dapat ditanggapi oleh kelompok lain. Kriteria untuk memilih hasil diskusi kelompok yang akan dipresentasikan, antara lain jawaban satu kelompok berbeda dengan jawaban dari kelompok lain, ada ide penting dalam hasil diskusi kelompok yang perlu mendapat perhatian khusus. Dengan demikian, kelompok penyaji dapat lebih dari satu. Selama presentasi hasil kerja, guru dapat mendorong terjadinya diskusi kelas dan mendorong siswa mengajukan ide-ide secara terbuka dengan menanamkan nilai *soft skill*.

Tujuan tahapan ini untuk mengetahui keefektifan hasil diskusi dan hasil kerja kelompok pada tahapan sebelumnya. Dalam penyajiannya, kelompok penyaji akan diuji oleh kelompok lain dan guru tentang penguasaan dan pemahaman mereka atas penyelesaian masalah yang dilakukan. Dengan cara tersebut, dimungkinkan tiap-tiap kelompok mendapatkan pemikiran-pemikiran baru dari kelompok lain atau alternatif jawaban lain yang berbeda. Dengan demikian, pertimbangan-pertimbangan secara objektif akan muncul di antara siswa. Tujuan lain tahapan ini untuk melatih siswa terampil menyajikan hasil kerjanya melalui penyampaian ide-ide di depan umum (teman satu kelas). Keterampilan mengomunikasikan ide-ide tersebut salah

satu kompetensinya yang dituntut dalam pembelajaran berdasarkan masalah adalah untuk memampukan siswa berinteraksi/berkolaborasi dengan orang lain.

d. Temuan Objek Matematika dan Penguatan Skemata Baru

Objek-objek matematika berupa model (contoh konsep) yang diperoleh dari proses dan hasil penyelesaian masalah dapat dijadikan bahan inspirasi dan abstraksi konsep melalui penemuan ciri-ciri konsep oleh siswa dan mengkonstruksinya secara ilmiah. Setelah konsep ditemukan, guru dapat melakukan teorema pengontrasan melalui pengajuan contoh dan bukan contoh. Dengan mengajukan sebuah objek, guru meminta siswa untuk memberi alasan. Alasan tersebut adalah "Apakah objek itu termasuk contoh atau bukan contoh konsep?"

Guru memberi kesempatan kepada siswa untuk bertanya atas hal-hal yang kurang dipahami. Sesekali guru menguji pemahaman siswa atas konsep dan prinsip yang ditemukan, serta melengkapi hasil pemikiran siswa dengan memberikan contoh dan bukan contoh konsep. Berdasarkan konsep yang ditemukan/direkonstruksi, akan diturunkan beberapa sifat dan aturan-aturan. Selanjutnya, siswa diberi kesempatan mengerjakan soal-soal tantangan untuk menunjukkan kebergunaan konsep dan prinsip matematika yang dimiliki.

e. Menganalisis dan Mengevaluasi Proses dan Hasil Penyelesaian Masalah

Pada tahapan ini, guru membantu siswa atau kelompok siswa untuk mengkaji ulang hasil penyelesaian masalah serta menguji pemahaman siswa dalam proses penemuan konsep dan prinsip. Selanjutnya, guru melakukan evaluasi materi akademik dengan pemberian kuis atau meminta siswa membuat peta konsep atau memberi tugas di rumah atau membuat peta materi yang dipelajari.

2. Sistem Sosial

Pengorganisasian siswa selama proses pembelajaran menerapkan pola pembelajaran kooperatif. Dalam interaksi sosio kultural di antara siswa dan temannya, guru selalu menanamkan nilai-nilai *soft skill* dan nilai matematis.

Siswa dalam kelompok saling bekerjasama dalam menyelesaikan masalah, saling bertanya/berdiskusi antara siswa yang lemah dan yang pintar, kebebasan mengajukan pendapat, berdialog dan berdebat, guru tidak boleh terlalu mendominasi siswa, tetapi hanya membantu dan menganjurkan gotong royong) untuk menghasilkan penyelesaian masalah yang disepakati bersama. Dalam interaksi sosio kultural, para siswa diizinkan berbahasa daerah dalam menyampaikan pertanyaan, kritikan, dan pendapat terhadap temannya maupun pada guru.

3. Prinsip Reaksi

Model pembelajaran yang diterapkan dalam buku ini dilandasi teori konstruktivistik dan nilai budaya dimana siswa belajar yang memberi penekanan pembelajaran berpusat pada siswa. Dengan demikian, fungsi guru hanya sebagai fasilitator, motivator, dan mediator dalam pembelajaran. Tingkah laku guru dalam menanggapi hasil pemikiran siswa hanya berupa pertanyaan atau membantu kesulitan yang dialami siswa dalam menyelesaikan masalah yang sifatnya mengarahkan, membimbing, memotivasi, dan membangkitkan semangat belajar siswa.

Dalam mewujudkan tingkah laku siswa tersebut, guru harus memberikan kesempatan pada siswa untuk mengungkapkan hasil pemikirannya secara bebas dan terbuka. Selain itu, mencermati pemahaman siswa atas objek matematika yang diperoleh dari proses dan hasil penyelesaian masalah, menunjukkan kelemahan atas pemahaman siswa, dan memancing siswa sehingga menemukan jalan keluar untuk mendapatkan penyelesaian masalah yang sesungguhnya. Jika ada siswa yang bertanya, maka sebelum guru memberikan penjelasan/bantuan, sebaiknya guru terlebih dahulu memberi kesempatan pada siswa lainnya memberikan tanggapan dan merangkum hasilnya. Jika keseluruhan siswa mengalami kesulitan, maka saatnya guru memberi penjelasan atau bantuan/memberi petunjuk sampai siswa dapat mengambil alih penyelesaian masalah pada langkah berikutnya. Ketika siswa bekerja menyelesaikan tugas-tugas, guru mengontrol jalannya diskusi dan memberikan motivasi agar siswa tetap berusaha menyelesaikan tugas-tugasnya.

4. Sistem Pendukung

Agar model pembelajaran ini dapat terlaksana secara praktis dan efektif, maka guru diwajibkan membuat suatu rancangan pembelajaran yang dilandasi dengan teori pembelajaran konstruktivistik dan nilai soft skill matematis yang diwujudkan dalam setiap langkah-langkah pembelajaran yang ditetapkan dan menyediakan fasilitas belajar yang cukup. Dalam hal ini perlu dikembangkan buku model yang berisikan teori-teori pendukung dalam melaksanakan pembelajaran. Selain itu, juga berisi komponen-komponen model, petunjuk pelaksanaan dan seluruh perangkat pembelajaran yang digunakan. Seperti rencana pembelajaran, buku guru, buku siswa, lembar kerja siswa, objek-objek abstraksi dari lingkungan budaya, dan media pembelajaran yang diperlukan.

5. Dampak Instruksional dan Pengiring yang Diharapkan

Dampak langsung penerapan pembelajaran ini adalah memampukan siswa merekonstruksi konsep dan prinsip matematika melalui penyelesaian masalah dan terbiasa menyelesaikan masalah nyata di lingkungan siswa. Pemahaman siswa terhadap objek-objek matematika dibangun berdasarkan pengalaman budaya dan pengalaman belajar yang telah dimiliki sebelumnya. Kebermaknaan pembelajaran yang melahirkan pemahaman, dan kemudian pemahaman mendasari kemampuan siswa mentransfer pengetahuannya dalam menyelesaikan masalah. Kemampuan menyelesaikan masalah tidak rutin menyadarkan siswa akan kebergunaan matematika. Kegunaan akan menimbulkan motivasi belajar secara internal dari dalam diri siswa dan rasa memiliki terhadap matematika sehingga akan muncul sebabnya mengapa matematika yang dipahami adalah hasil rekonstruksi pemikirannya sendiri. Motivasi belajar secara internal akan menimbulkan kecintaan terhadap dewi matematika. Bercinta dengan dewi matematika berarti penyatuan diri dengan keabstrakan yang tidak memiliki batas atas dan batas bawah, tetapi bekerja dengan simbol-simbol.

Selain dampak di atas, siswa terbiasa menganalisis secara logis dan kritis untuk memberikan pendapat atas apa saja yang dipelajari dengan menggunakan pengalaman belajar yang dimiliki sebelumnya. Penerimaan individu atas perbedaan-perbedaan yang terjadi (perbedaan pola pikir, pemahaman, daya lihat, dan kemampuan), serta berkembangnya kemampuan berkolaborasi

antara siswa. Retensi pengetahuan matematika yang dimiliki siswa dapat bertahan lebih lama sebab siswa terlibat aktif di dalam proses penemuannya.

Dampak pengiring yang akan terjadi dengan penerapan model pembelajaran berbasis konstruktivistik adalah sebagai berikut. Siswa mampu menemukan kembali berbagai konsep dan aturan matematika dan menyadari betapa tingginya manfaat matematika bagi kehidupan, sehingga dia tidak merasa terasing di lingkungannya. Matematika sebagai ilmu pengetahuan tidak lagi sebagai hasil pemikiran dunia luar tetapi berada pada lingkungan budaya siswa yang bermanfaat dalam menyelesaikan permasalahan di lingkungan budayanya. Dengan demikian, terbentuk dengan sendirinya rasa memiliki, sikap, dan persepsi positif siswa terhadap matematika dan budayanya. Jika matematika bagian dari budaya siswa, maka suatu saat diharapkan siswa memiliki cara tersendiri memeliharanya dan menjadikannya **Landasan Makna** (landasan makna dalam hal ini berpihak pada sikap, kepercayaan diri, cara berpikir, cara bertingkah laku, cara mengingat apa yang dipahami oleh siswa sebagai pelaku-pelaku budaya). Dampak pengiring yang lebih jauh adalah hakikat tentatif keilmuan, keterampilan proses keilmuan, otonomi dan kebebasan siswa, toleransi terhadap ketidakpastian serta masalah-masalah non-rutin.

Penyusunan Rencana Pelaksanaan Pembelajaran

Penyusunan rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP) berpedoman pada kurikulum matematika 2013 dan sintaksis Model Pembelajaran. Berdasarkan analisis kurikulum matematika ditetapkan hal-hal berikut

1. Kompetensi dasar dan indikator pencapaian kompetensi dasar untuk tiap-tiap pokok bahasan. Rumusan indikator dan kompetensi dasar harus disesuaikan dengan prinsip-prinsip pembelajaran matematika berdasarkan masalah, dan memberikan pengalaman belajar bagi siswa. Seperti menyelesaikan masalah otentik (masalah bersumber dari fakta dan lingkungan budaya), berkolaborasi, berbagi pengetahuan, saling membantu, dan berdiskusi dalam menyelesaikan masalah.
2. Materi pokok yang akan diajarkan, termasuk analisis topik, dan bagan alir (contoh disajikan berikut ini).
3. Materi prasyarat, yaitu materi yang harus dikuasai oleh siswa sebagai dasar untuk mempelajari materi pokok. Dalam hal ini, perlu dilakukan tes kemampuan awal siswa.
4. Kelengkapan, yaitu fasilitas pembelajaran yang harus dipersiapkan oleh guru. Misalnya rencana pembelajaran, buku petunjuk guru, buku siswa, lembar aktivitas siswa (LAS), objek-objek budaya, kumpulan masalah-masalah yang bersumber dari fakta dan lingkungan budaya siswa, laboratorium, serta alat peraga jika dibutuhkan.
5. Alokasi waktu mencakup banyaknya jam pertemuan untuk setiap pokok bahasan tidak harus sama tergantung kepadatan dan kesulitan materi untuk tiap-tiap pokok bahasan. Penentuan rata-rata banyaknya jam pelajaran untuk satu pokok bahasan adalah hasil bagi jumlah jam efektif untuk satu semester dibagi banyaknya pokok bahasan yang akan diajarkan untuk semester tersebut.

6. Hasil belajar yang akan dicapai melalui kegiatan pembelajaran antara lain sebagai berikut.

Produk : Konsep dan prinsip-prinsip yang terkait dengan materi pokok.

Proses : Apersepsi budaya, interaksi sosial dalam penyelesaian masalah, memodelkan masalah secara matematika, merencanakan penyelesaian masalah, menyajikan hasil kerja dan menganalisis, serta mengevaluasi kembali hasil penyelesaian masalah.

Kognitif : Kemampuan matematisasi, kemampuan abstraksi, pola pikir deduktif, serta berpikir tingkat tinggi (berpikir kritis, dan berpikir kreatif).

Psikomotor : Keterampilan menyelesaikan masalah, keterampilan berkolaborasi, dan kemampuan berkomunikasi.

Afektif : Menghargai budaya, penerimaan individu atas perbedaan yang ada, bekerjasama, tangguh menghadapi masalah, jujur mengungkapkan pendapat, dan senang belajar matematika.

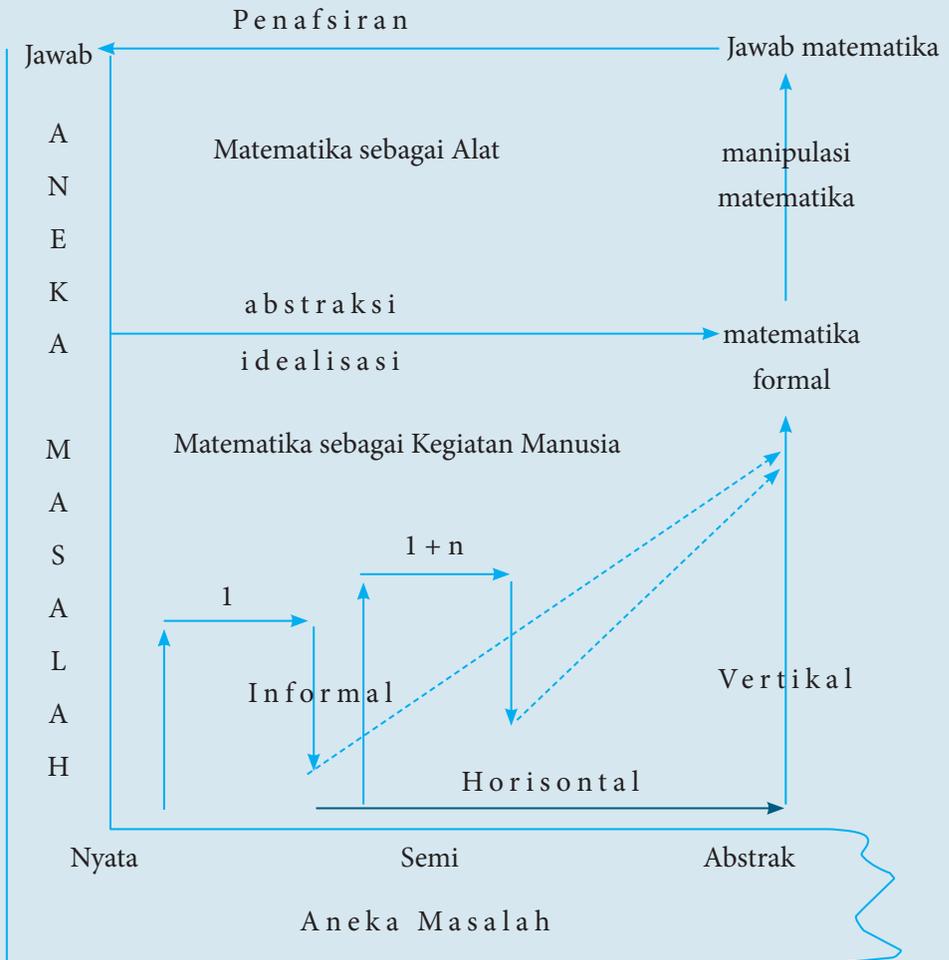
Sintaksis pembelajaran adalah langkah-langkah pembelajaran yang dirancang dan dihasilkan dari kajian teori yang melandasi model pembelajaran berbasis konstruktivistik. Sementara, rencana pembelajaran adalah operasional dari sintaksis. Dengan demikian, skenario pembelajaran yang terdapat pada rencana pembelajaran disusun mengikuti setiap langkah-langkah pembelajaran (sintaks). Sintaks model pembelajaran terdiri atas 5 langkah pokok, yaitu (1) apersepsi budaya, (2) orientasi dan penyelesaian masalah, (3) persentase dan mengembangkan hasil kerja, (4) temuan objek matematika dan penguatan skemata baru, (5) menganalisis dan mengevaluasi proses serta hasil penyelesaian masalah. Kegiatan yang dilakukan untuk setiap tahapan pembelajaran dijabarkan sebagai berikut.

1. Kegiatan guru pada tahap apersepsi budaya, antara lain
 - a. menginformasikan indikator pencapaian kompetensi dasar,
 - b. menciptakan persepsi positif dalam diri siswa terhadap budaya dan matematika sebagai hasil konstruksi sosial,

- c. Menjelaskan pola interaksi sosial dan menjelaskan peranan siswa dalam menyelesaikan masalah.
 - d. Memberikan motivasi belajar pada siswa melalui penanaman nilai matematis, *soft skill*, dan kebergunaan matematika.
 - e. Memberi kesempatan pada siswa untuk menanyakan hal-hal yang sulit dimengerti pada materi sebelumnya.
2. Kegiatan guru pada tahap penyelesaian masalah dengan pola interaksi edukatif, antara lain sebagai berikut.
 - a. Membentuk kelompok.
 - b. Mengajukan masalah yang bersumber dari fakta dan lingkungan budaya siswa.
 - c. Meminta siswa memahami masalah secara individual dan kelompok.
 - d. Mendorong siswa bekerjasama untuk menyelesaikan tugas-tugas.
 - e. Membantu siswa merumuskan hipotesis (dugaan).
 - f. Membimbing, mendorong/mengarahkan siswa menyelesaikan masalah dan mengerjakan LAS.
 - g. Memberikan *scaffolding* pada kelompok atau individu yang mengalami kesulitan.
 - h. Mengkondisikan antaranggota kelompok berdiskusi dan berdebat dengan pola kooperatif.
 - i. Mendorong siswa mengekspresikan ide-ide secara terbuka.
 - j. Membantu dan memberi kemudahan pengerjaan siswa dalam menyelesaikan masalah dalam pemberian solusi.
 3. Kegiatan guru pada tahap presentasi dan mengembangkan hasil kerja, antara lain sebagai berikut.
 - a. Memberi kesempatan pada kelompok untuk mempresentasikan hasil penyelesaian masalah di depan kelas.
 - b. Membimbing siswa menyajikan hasil kerja.
 - c. Memberi kesempatan kelompok lain untuk mengkritisi/menanggapi hasil kerja kelompok penyaji dan memberi masukan sebagai alternatif pemikiran untuk membantu siswa menemukan konsep berdasarkan masalah.

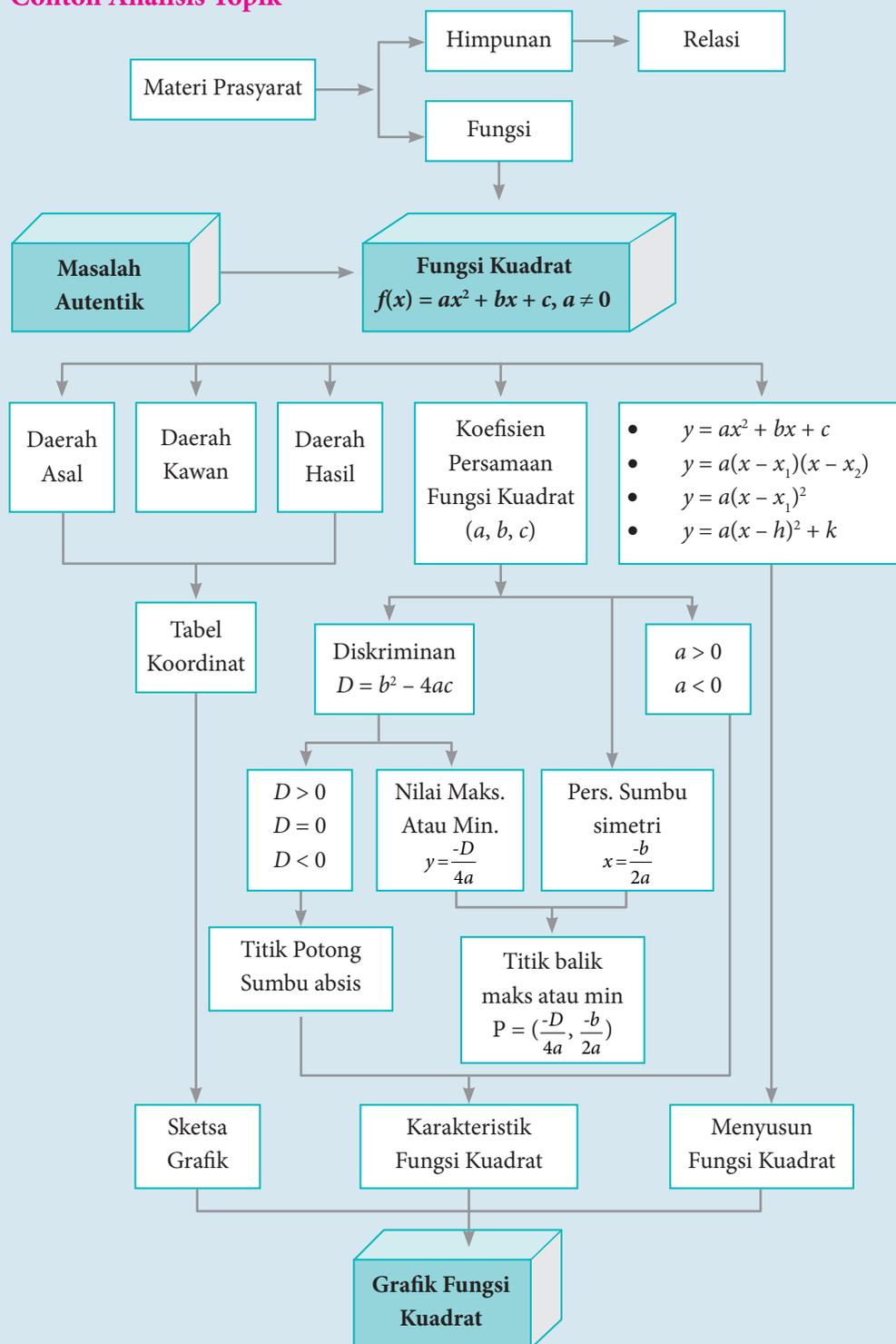
- d. Mengontrol jalannya diskusi agar pembelajaran berjalan dengan efektif.
 - e. Mendorong keterbukaan, dan proses-proses demokrasi.
 - f. Menguji pemahaman siswa.
4. Kegiatan guru pada tahap temuan objek matematika dan penguatan skemata baru antara lain sebagai berikut.
- a. Mengarahkan siswa membangun konsep dan prinsip secara ilmiah.
 - b. Menguji pemahaman siswa atas konsep yang ditemukan melalui pengajuan contoh dan bukan contoh konsep.
 - c. Membantu siswa mendefinisikan dan mengorganisasikan tugas-tugas belajar yang berkaitan dengan masalah.
 - d. Memberi kesempatan melakukan konektivitas konsep dan prinsip dalam mengerjakan soal tantangan.
 - e. Memberikan *scaffolding*.
5. Kegiatan guru pada tahap menganalisis dan mengevaluasi proses dan hasil penyelesaian masalah antara lain sebagai berikut.
- a. Membantu siswa mengkaji ulang hasil penyelesaian masalah.
 - b. Memotivasi siswa untuk terlibat dalam penyelesaian masalah yang selektif.
 - c. Mengevaluasi materi akademik seperti memberi kuis atau membuat peta konsep atau peta materi.

Fase Konstruksi Matematika



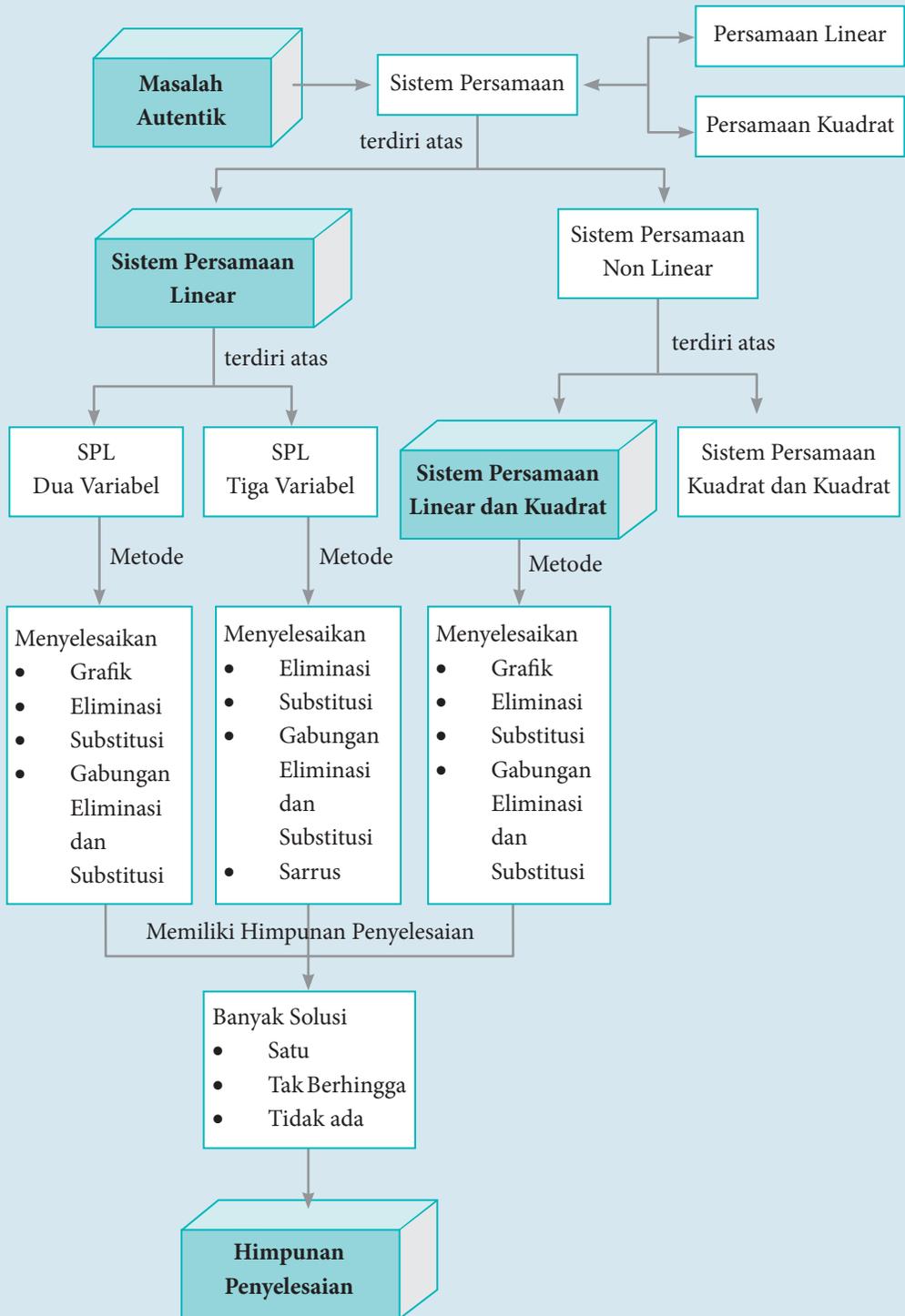
Gambar 1.1 Matematika Hasil Konstruksi Sosial (Adaptasi, Soedjadi (2004))

Contoh Analisis Topik



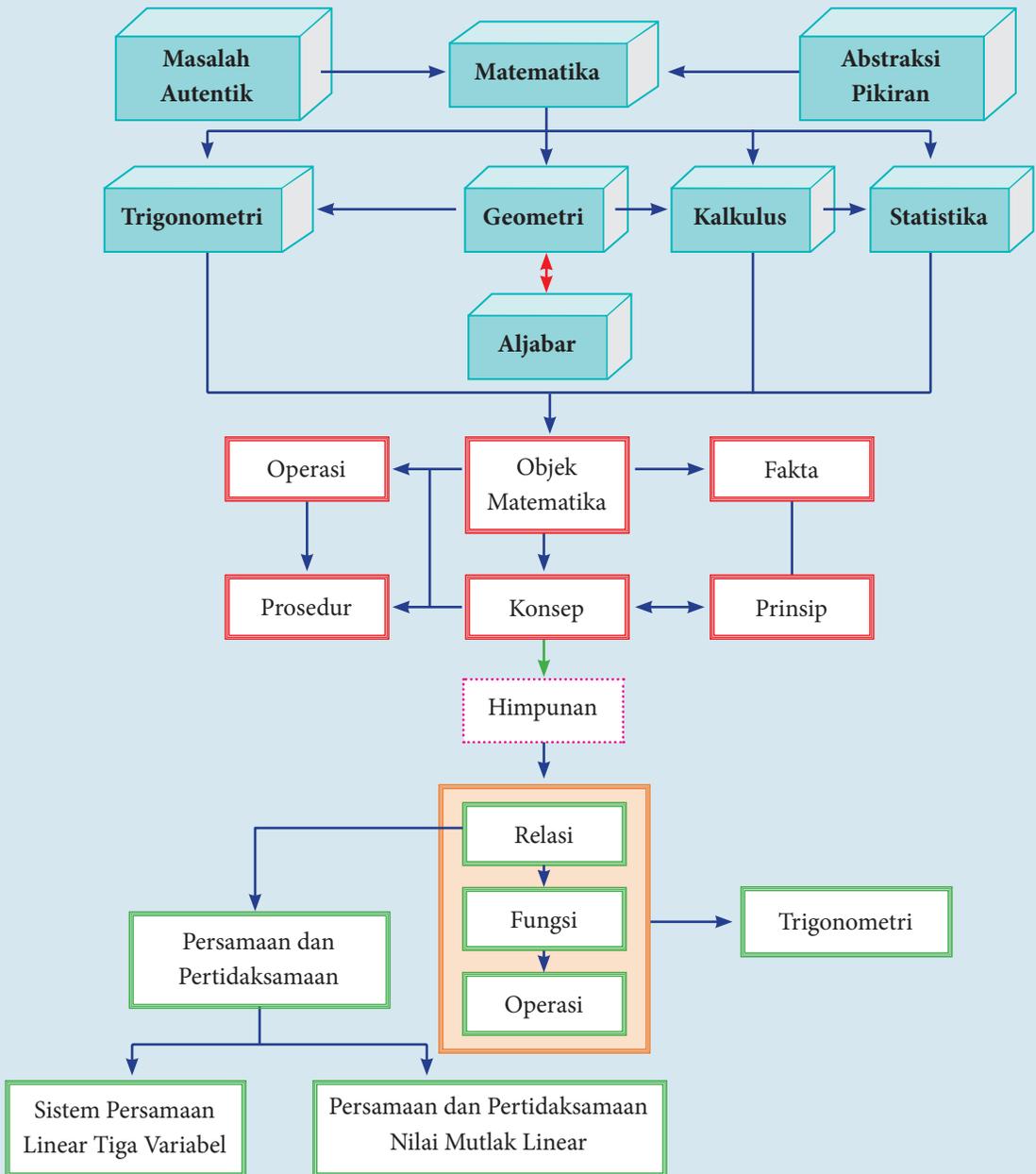
Gambar 1.2 Analisis topik pada materi fungsi kuadrat

Contoh Diagram Alir



Gambar 1.3 Contoh diagram alir

Diagram Alir Matematika SMA Kelas X



Keterangan:

 adalah materi prasyarat yang dipelajari di SD dan SMP

 adalah objek matematika yang dikaji pada setiap bahasan matematika

 adalah pokok bahasan yang dipelajari

 adalah bidang kajian matematika

→ adalah keterkaitan secara hierarkis matematika

BAB 1

Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel

Petunjuk Pembelajaran bagi Guru

A. Kompetensi Inti

| | |
|--------------------|--|
| Sikap | <ol style="list-style-type: none">1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.2. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan proaktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia. |
| Pengetahuan | <ol style="list-style-type: none">3. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta |

| | |
|---------------------|---|
| | menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah. |
| Keterampilan | 4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan. |

B. Kompetensi Dasar dan Indikator

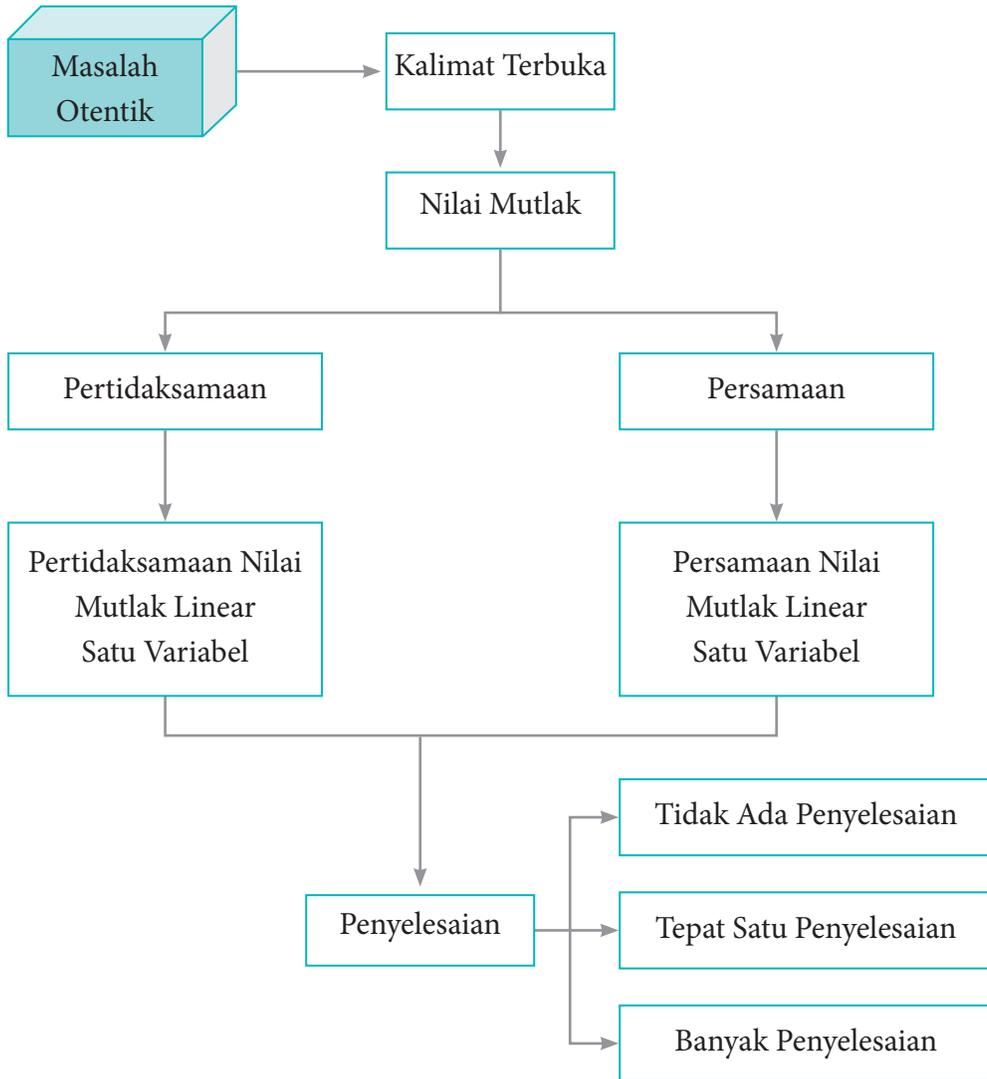
| Kompetensi Dasar | Indikator Pencapaian Kompetensi |
|--|---|
| 3.1. Menyusun persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel yang memuat nilai mutlak dari masalah kontekstual. | 3.1.1 Memahami konsep nilai mutlak. 3.1.2 Menyusun persamaan nilai mutlak linear satu variabel. 3.1.3. Menentukan penyelesaian persamaan nilai mutlak linear satu variabel. 3.1.4 Menyusun pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel. 3.1.5. Menentukan penyelesaian pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel. |
| 4.1 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel yang memuat nilai mutlak. | 4.1.1 Menggunakan konsep nilai mutlak untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan nilai mutlak. 4.1.2 Menggunakan konsep persamaan dan pertidaksamaan untuk menentukan penyelesaian permasalahan nilai mutlak. |

C. Tujuan Pembelajaran

Pembelajaran materi matriks melalui pengamatan, tanya jawab, penugasan individu dan kelompok, diskusi kelompok, serta penemuan (*discovery*) diharapkan siswa dapat

1. melatih sikap sosial dengan berani bertanya, berpendapat, mau mendengar orang lain, bekerjasama dalam diskusi di kelompok, sehingga terbiasa berani bertanya, berpendapat, mau mendengar orang lain, dan bekerjasama dalam aktivitas sehari-hari,
2. menunjukkan ingin tahu selama mengikuti proses,
3. bertanggung jawab terhadap kelompoknya dalam menyelesaikan tugasnya,
4. menjelaskan pengertian persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel dengan nilai mutlak,
5. menjelaskan dengan kata-kata dan menyatakan masalah dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel dengan nilai mutlak,
6. menyajikan model matematika berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel dengan nilai mutlak.

D. Diagram Alir



Membelajarkan 1.1 Konsep Nilai Mutlak

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Siswa diharapkan sudah membawa perlengkapan alat-alat tulis, seperti pulpen, pensil, penghapus, penggaris, kertas berpetak, dan lain-lain.
2. Bentuklah kelompok kecil sebanyak 2 – 3 orang siswa yang memungkinkan belajar secara efektif dan efisien.
3. Sediakan tabel-tabel yang diperlukan bagi siswa untuk mengisikan hasil kerjanya.

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| 1. | <p>Kegiatan Pendahuluan</p> <ul style="list-style-type: none">• Pembelajaran dimulai dengan Do'a dan Salam• Apersepsi<ol style="list-style-type: none">1) Para siswa diperkenalkan dengan cerita 1.1 tentang kegiatan baris berbaris pada kegiatan pramuka dan 1.2 tentang permainan lompat melompat.2) Ajaklah siswa memikirkan jenis-jenis pekerjaan yang lain yang menarik minat bagi siswa. |
| 2. | <p>Kegiatan Inti</p> <p>Pengantar Pembelajaran</p> <ul style="list-style-type: none">• Ajaklah siswa untuk memperhatikan dan memahami Masalah 1.1, Masalah 1.2, dan Masalah 1.3.• Upayakan siswa lebih dahulu berusaha memikirkan, bersusah payah mencari ide-ide, berdiskusi dalam kelompok, mencari pemecahan masalah di dalam kelompok. |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> • Guru dapat memberikan bantuan kepada siswa, tetapi upayakan mereka sendiri yang berusaha menuju ketinggian pemahaman dan proses berpikir yang lebih tinggi. <p>Ayo Kita Amati</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ajaklah siswa untuk mengamati Masalah 1.1. Fokus pengamatannya adalah bagaimana menentukan penyelesaian sebuah persamaan nilai mutlak dengan menggunakan Definisi 1.1. • Berilah kesempatan kepada siswa untuk menyelesaikan Masalah 1.1 dengan caranya sendiri. <p>Ayo Kita Menanya</p> <ul style="list-style-type: none"> • Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan tentang sifat-sifat persamaan nilai mutlak. • Amati siswa yang sedang bekerja dan kalau perlu berikan pertanyaan pancingan. <p>Sedikit Informasi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Informasikan kepada siswa bahwa untuk menjawab pertanyaan yang terdapat pada Masalah 1.1 sampai dengan Masalah 1.3, terlebih dahulu memahami Definisi 1.1 dengan baik. • Berilah kesempatan kepada siswa untuk mendiskusikannya tentang cara yang paling mudah digunakan untuk menyelesaikan masalah. <p>Ayo Kita Menalar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ajaklah siswa untuk mendiskusikan permasalahan yang terdapat pada Masalah 1.1 dan 1.2. Perhatikan siswa yang sedang melakukan kegiatan Menalar. |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|---|
| | <p>Simpulan</p> <p>Untuk setiap a, b, c bilangan real, dengan $a \neq 0$.</p> <p>1) Jika $ax + b = c$ dengan $c \geq 0$, maka salah satu berikut ini berlaku</p> <ol style="list-style-type: none"> i. $ax + b = c$, untuk $x \geq -\frac{b}{a}$ ii. $-(ax + b) = c$, untuk $x < -\frac{b}{a}$ <p>2) Jika $ax + b = c$ dengan $c < 0$, maka tidak ada bilangan real x yang memenuhi persamaan $ax + b$.</p> <p>Ayo Kita Berbagi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mintalah siswa untuk menginformasikan hasil karyanya ke teman sebangkunya, dan pastikan temannya yang menerima hasil karya tersebut untuk memahami apa yang harus dilakukan. • Bagaimana mereka mengerjakan tugasnya dan pastikan bahwa kalimat-kalimat yang digunakan sudah sesuai dengan kaidah penulisan yang baik kegiatan siswa agar dipantau |
| 3. | <p>Kegiatan Penutup</p> <ul style="list-style-type: none"> • Apakah semua kelompok sudah mengumpulkan tugas-tugasnya dan apakah identitas kelompok sudah jelas. Guru perlu memeriksa. • Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian. • Jika dipandang perlu, berilah siswa latihan untuk dikerjakan di rumah. |

Penilaian

1. Prosedur Penilaian

| No. | Aspek yang Dinilai | Teknik Penilaian | Waktu Penilaian |
|-----|-----------------------------------|------------------|------------------|
| 1. | Berani bertanya | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 2. | Berpendapat | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 3. | Mau mendengar pendapat orang lain | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 4. | Bekerjasama | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 5. | | Tes Tertulis | Kegiatan penutup |

2. Instrumen Pengamatan Sikap

Rasa ingin tahu

- Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha untuk mencoba atau bertanya atau acuh tak acuh (tidak mau tau) dalam proses pembelajaran
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mencoba atau bertanya dalam proses pembelajaran tetapi masih belum konsisten.
- Sangat baik, jika menunjukkan adanya usaha untuk mencoba atau bertanya dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Indikator perkembangan sikap TANGGUNG JAWAB (dalam kelompok)

- Kurang baik, jika menunjukkan sama sekali tidak ambil bagian dalam melaksanakan tugas Kelompok.
- Baik, jika menunjukkan adanya usaha untuk ambil bagian dalam melaksanakan tugas kelompok tetapi belum konsisten.
- Sangat baik, jika menunjukkan sudah ambil bagian dalam menyelesaikan tugas kelompok secara terus menerus dan konsisten.

Berikan tanda checklis (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

| No. | Nama | Rasa Ingin Tahu | | | Tanggung Jawab | | |
|-----|------|-----------------|---|----|----------------|---|----|
| | | SB | B | KB | SB | B | KB |
| 1. | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | |
| 3. | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| 29. | | | | | | | |
| 30. | | | | | | | |

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

3. Instrumen Penilaian 1

Petunjuk

- Kerjakan soal berikut secara individu dan siswa tidak boleh menyontek dan tidak boleh bekerjasama.
- Jawablah pertanyaan/perintah di bawahnya.

Soal

- Tentukan nilai mutlak untuk setiap bentuk berikut ini.
 - $|-8n|$, n bilangan asli
 - $|2\sqrt{3}-3|$
 - $|\frac{3}{7}-\frac{2}{5}|$
 - $|12 \times (-3) : (2 - 5)|$

- e) $|2^5 - 3^3|$
- f) $|12^{1/2} - 24^{3/2}|$
- g) $|(3n)^{2n-1}|$, n bilangan asli
- h) $\left|2n - \frac{1}{n+1}\right|$, n bilangan asli

2. Manakah pernyataan berikut ini yang merupakan pernyataan bernilai benar? Berikan alasanmu.

- a) $|k| = k$, untuk setiap k bilangan asli.
- b) $|x| = x$, untuk setiap x bilangan bulat.
- c) Jika $|x| = -2$, maka $x = -2$.
- d) Jika $2t - 2 > 0$, maka $|2t - 2| = 2t - 2$.
- e) Jika $|x + a| = b$, dengan a, b, x bilangan real, maka nilai x yang memenuhi hanya $x = b - a$.
- f) Jika $|x| = 0$, maka tidak ada x bilangan real yang memenuhi persamaan.
- g) Nilai mutlak semua bilangan real adalah bilangan non negatif.

3. Hitung nilai x (jika ada) yang memenuhi persamaan nilai mutlak berikut. Jika tidak ada nilai x yang memenuhi, berikan alasanmu.

- a) $|4 - 3x| = |-4|$
- b) $2|3x - 8| = |-10|$
- c) $2x + |3x - 8| = -4$
- d) $5|2x - 3| = 2|3 - 5x|$
- e) $2x + |8 - 3x| = |x - 4|$
- f) $\frac{|x|}{|x-2|} = |-10|$, $x \neq 2$

$$g) \frac{|x-5|}{|2x|} = -4, x \neq 0$$

$$h) |-4| \cdot |5x+6| = \frac{|10x-8|}{2}$$

4. Suatu grup musik merilis album, penjualan per minggu (dalam ribuan) dinyatakan dengan model $s(t) = -2|t - 22| + 44$, t waktu (dalam minggu).
- Gambarkan grafik fungsi penjualan $s(t)$.
 - Hitunglah total penjualan album selama 44 minggu pertama.
 - Dinyatakan Album Emas jika penjualan lebih dari 500.000 copy. Hitunglah t agar dinyatakan Album Emas.

Pedoman Penilaian

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|-------------------------|-------------------|------|---------------|
| 1. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 2. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 3. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 4. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| | | Skor maksimal = | 100 | 100 |
| | | Skor minimal = | 0 | 0 |

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Identifikasi siswa-siswa yang biasanya agak sulit membuat pertanyaan.
2. Identifikasi pula bentuk bantuan yang perlu diberikan agar siswa akhirnya produktif membuat pertanyaan.
3. Sediakan tabel-tabel yang diperlukan bagi siswa untuk mengisikan hasil kerjanya.
4. Sediakan kertas HVS secukupnya.
5. Mungkin perlu diberikan contoh kritik, komentar, saran, atau pertanyaan terhadap suatu karya agar siswa dapat meniru dan mengembangkan lebih jauh sesuai dengan materinya.

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|---|
| 1. | Kegiatan Pendahuluan <ul style="list-style-type: none">• Apersepsi<ol style="list-style-type: none">1. Para siswa diperkenalkan dengan pekerjaan pedagang kain.2. Jika diketahui berapa potong kain yang terjual dapat dihitung berapa banyak untung yang diperoleh, demikian juga jika pedagang mengharapkan untung dengan jumlah tertentu dapat diupayakan dengan menjual kain dengan jumlah tertentu. |
| 2. | Kegiatan Inti Pengantar <ul style="list-style-type: none">• Fokus pemahaman adalah memperhatikan dengan teliti berapa potong kain yang terjual dan berapa rupiah untungnya, juga berapa banyak kain yang harus terjual jika ingin memiliki untung dengan jumlah tertentu. |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| | <p>Masalah 3.4</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ajaklah siswa untuk memperhatikan dan memahami Masalah 3.4 • Himbaulah siswa untuk memperhatikan hubungan antara banyak kain yang terjual dengan untung yang diperoleh. <p>Ayo Kita Amati</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ajak siswa mengamati Gambar 1.4 dan Gambar 1.7 tentang proses seorang tentara yang sedang latihan menembak. <p>Ayo Kita Menanya</p> <ul style="list-style-type: none"> • Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan (<i>questioning</i>) jika perlu modelkan dengan salah satu pertanyaan. • Beri kesempatan kepada mereka untuk menuliskan pertanyaannya. <p>Ayo Kita Menggali Informasi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kemudian ajaklah siswa untuk melakukan kegiatan menggali informasi tentang kemungkinan-kemungkinan pertanyaan yang dibuat siswa. <p>Ayo Kita Mencoba</p> <ul style="list-style-type: none"> • Himbaulah siswa untuk membuat sifat-sifat pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel berdasarkan contoh-contoh yang ada pada buku siswa. <p>Ayo Kita Menalar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ajaklah siswa berdiskusi untuk memahami sifat-sifat pertidaksamaan nilai mutlak. • Informasikan kepada siswa bahwa fokus jawabannya pada dua pertanyaan yang telah disediakan. <p>Simpulan</p> <p>Untuk setiap bilangan real.</p> <p>1) Jika $a \geq 0$ dan $x \leq a$, maka $-a \leq x \leq a$.</p> |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|---|
| | <p>2) Jika $a \leq 0$ dan $x \leq a$, maka tidak ada bilangan real x yang memenuhi pertidaksamaan.</p> <p>3) Jika $x \geq a$, dan $a \geq 0$ maka $x \geq a$ atau $x \leq a$.</p> <p>Ayo Kita Berbagi</p> <ul style="list-style-type: none"> Mintalah siswa untuk sharing hasil karyanya ke teman sebangkunya, dan pastikan temannya yang menerima hasil karya tersebut memahami apa yang harus dilakukan <p>Pantau bagaimana mereka mengerjakan tugasnya dan pastikan bahwa kalimat-kalimat yang digunakan sudah sesuai dengan kaidah penulisan yang baik</p> |
| 3. | <p>Kegiatan Penutup</p> <ul style="list-style-type: none"> Mintalah siswa untuk melakukan refleksi dan menuliskan hal-hal penting dari yang dipelajarinya. Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian. Jika dipandang perlu, berilah siswa latihan untuk dikerjakan di rumah. |

Penilaian

1. Prosedur Penilaian

| No. | Aspek yang Dinilai | Teknik Penilaian | Waktu Penilaian |
|-----|--------------------|------------------|---------------------------------------|
| 1. | Berani bertanya | Pengamatan | Kegiatan Ayo Kita Amati dan Bertanya |
| 2. | Berpendapat | Pengamatan | Kegiatan Ayo Kita Mencoba dan Berbagi |

| No. | Aspek yang Dinilai | Teknik Penilaian | Waktu Penilaian |
|-----|--------------------------|------------------|---|
| 3. | Mau mendengar orang lain | Pengamatan | Kegiatan Ayo Kita Berbagi |
| 4. | Bekerjasama | Pengamatan | Kegiatan Ayo Kita Menggali Informasi dan Bernalar |
| 5. | Pengetahuan | Tes Tertulis | Kegiatan Penutup |

2. Instrumen Pengamatan Sikap

Rasa ingin tahu

- Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha untuk mencoba atau bertanya atau acuh tak acuh (tidak mau tau) dalam proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mencoba atau bertanya dalam proses pembelajaran tetapi masih belum konsisten.
- Sangat baik, jika menunjukkan adanya usaha untuk mencoba atau bertanya dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Indikator perkembangan sikap TANGGUNG JAWAB (dalam kelompok)

- Kurang baik, jika menunjukkan sama sekali tidak ambil bagian dalam melaksanakan tugas kelompok.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha ambil bagian dalam melaksanakan tugas kelompok tetapi belum konsisten.
- Sangat baik, jika menunjukkan sudah ambil bagian dalam menyelesaikan tugas kelompok secara terus-menerus dan konsisten.

Berikan tanda checklis (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

| No. | Nama | Rasa Ingin Tahu | | | Tanggung Jawab | | |
|-----|------|-----------------|---|----|----------------|---|----|
| | | SB | B | KB | SB | B | KB |
| 1. | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | |
| 3. | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| 29. | | | | | | | |
| 30. | | | | | | | |

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

3. Instrumen Penilaian

Petunjuk

- Kerjakan soal berikut secara individu, siswa tidak boleh menyontek dan tidak boleh bekerjasama.
- Jawablah pertanyaan/perintah di bawahnya.

Soal

- Manakah dari pernyataan di bawah ini yang benar? Berikan alasanmu.
 - Untuk setiap x bilangan real, berlaku bahwa $|x| \geq 0$.
 - Tidak terdapat bilangan real x sehingga $|x| < -8$.
 - $|n| \geq |m|$, untuk setiap n bilangan asli, dan m bilangan bulat.

2. Selesaikan pertidaksamaan nilai mutlak berikut.
- $|3 - 2x| < 4$
 - $\left| \frac{x}{2} + 5 \right| \geq 9$
 - $|3x + 2| \leq 5$
 - $s < \left| 2 - \frac{x}{2} \right| \leq 3$
 - $|x + 5| \leq |1 - 9x|$
3. Maria memiliki nilai ujian matematika berturut-turut adalah 79, 67, 83, dan 90. Jika dia harus ujian sekali lagi, berapa nilai terendah yang harus diraih, sehingga nilai rata-rata yang diperoleh paling rendah 82?
4. Sketsa grafik $y = |3x - 1|$, untuk $-2 \leq x \leq 5$, x bilangan real.

Pedoman Penilaian

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|-------------------------|-------------------|------|---------------|
| 1. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 2. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 3. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|-------------------------|-------------------|------|---------------|
| 4. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| | | Skor maksimal = | 100 | 100 |
| | | Skor minimal = | 0 | 0 |

F. Pengayaan

Pengayaan merupakan kegiatan yang diberikan kepada siswa yang memiliki akselerasi pencapaian KD yang cepat (nilai maksimal), agar potensinya berkembang optimal dengan memanfaatkan sisa waktu yang dimilikinya. Guru sebaiknya merancang kegiatan pembelajaran lanjut yang terkait dengan konsep persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel untuk siswa.

G. Remedial

Remedial merupakan perbaikan proses pembelajaran yang bertujuan pada pencapaian kompetensi dasar siswa. Guru memberikan perbaikan pembelajaran baik pada model, metode serta strategi pembelajaran. Jika guru melakukan pembelajaran dengan pola yang sama tidaklah maksimal sehingga disarankan guru memilih tindakan pembelajaran yang tepat. Dengan demikian, siswa mampu memenuhi KD yang diharapkan.

Perlu dipahami oleh guru bahwa remedial bukan mengulang tes (ulangan harian) dengan materi yang sama, tetapi guru memberikan perbaikan pembelajaran pada KD yang belum dikuasai oleh peserta didik melalui upaya

tertentu. Setelah perbaikan pembelajaran dilakukan, guru melakukan tes untuk mengetahui apakah peserta didik telah memenuhi kompetensi minimal dari KD yang diremedialkan.

H. Rangkuman

Setelah kita membahas materi persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel, maka dapat diambil kesimpulan sebagai acuan untuk mendalami materi yang sama pada jenjang yang lebih tinggi dan mempelajari bahasan berikutnya. Kesimpulan yang dapat disajikan adalah sebagai berikut.

1. Nilai mutlak dari sebuah bilangan real adalah tidak negatif. Hal ini sama dengan akar dari sebuah bilangan selalu positif atau nol. Misal $a \in \mathbb{R}$, maka

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}.$$

2. Persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel dapat diperoleh dari persamaan nilai mutlak yang diberikan. Misalnya, jika diketahui $|ax + b| = c$, untuk $a, b, c \in \mathbb{R}$, maka menurut definisi nilai mutlak diperoleh persamaan $|ax + b| = c$. Sama halnya untuk pertidaksamaan linear.
3. Penyelesaian persamaan nilai mutlak $|ax + b| = c$ ada jika $c \geq 0$.
4. Penyelesaian pertidaksamaan $|ax + b| \leq c$ ada jika $c \geq 0$.

Konsep persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel telah ditemukan dan diterapkan dalam penyelesaian masalah kehidupan dan masalah matematika. Penguasaan kamu terhadap berbagai konsep dan sifat-sifat persamaan dan pertidaksamaan linear adalah syarat yang perlu untuk mempelajari bahasan sistem persamaan linear dua variabel dan tiga variabel serta sistem pertidaksamaan linear dengan dua variabel. Kita akan menemukan konsep dan berbagai sifat sistem persamaan linear dua dan tiga variabel melalui penyelesaian masalah nyata yang sangat bermanfaat bagi dunia kerja dan kehidupanmu. Persamaan dan pertidaksamaan linear memiliki himpunan penyelesaian, demikian juga sistem persamaan dan pertidaksamaan linear.

Pada bahasan sistem persamaan linear dua dan tiga variabel, kamu dapat mempelajari berbagai metode penyelesaiannya untuk menentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan dan pertidaksamaan tersebut. Seluruh konsep dan aturan-aturan yang ditemukan dapat diaplikasikan dalam penyelesaian masalah yang menuntutmu untuk berpikir kreatif, tangguh menghadapi masalah, mengajukan ide-ide secara bebas dan terbuka, baik terhadap teman maupun terhadap guru.

BAB 2

Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Petunjuk Pembelajaran bagi Guru

A. Kompetensi Inti

| | |
|--------------------|--|
| Sikap | <ol style="list-style-type: none">1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.2. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan proaktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia. |
| Pengetahuan | <ol style="list-style-type: none">3. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta |

| | |
|---------------------|---|
| | menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah. |
| Keterampilan | 4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan. |

B. Kompetensi Dasar dan Indikator

Kompetensi Dasar untuk bab sistem persamaan linear tiga variabel ini mengacu pada KD yang telah ditetapkan. Seorang guru, tentu harus mampu merumuskan indikator pencapaian kompetensi dari kompetensi dasar. Berikut ini disajikan indikator pencapaian kompetensi untuk materi sistem persamaan linear tiga variabel.

| Kompetensi Dasar | Indikator Pencapaian Kompetensi |
|--|---------------------------------|
| 2.1 Menunjukkan sikap jujur, tertib dan mengikuti aturan, konsisten, disiplin waktu, ulet, cermat dan teliti, maju berkelanjutan, bertanggung jawab, berpikir logis, kritis, kreatif, dan analitis, serta memiliki rasa senang, motivasi internal, ingin tahu dan ketertarikan pada ilmu pengetahuan dan teknologi, sikap terbuka, percaya diri, kemampuan bekerjasama, toleransi, santun, objektif, dan menghargai. | |

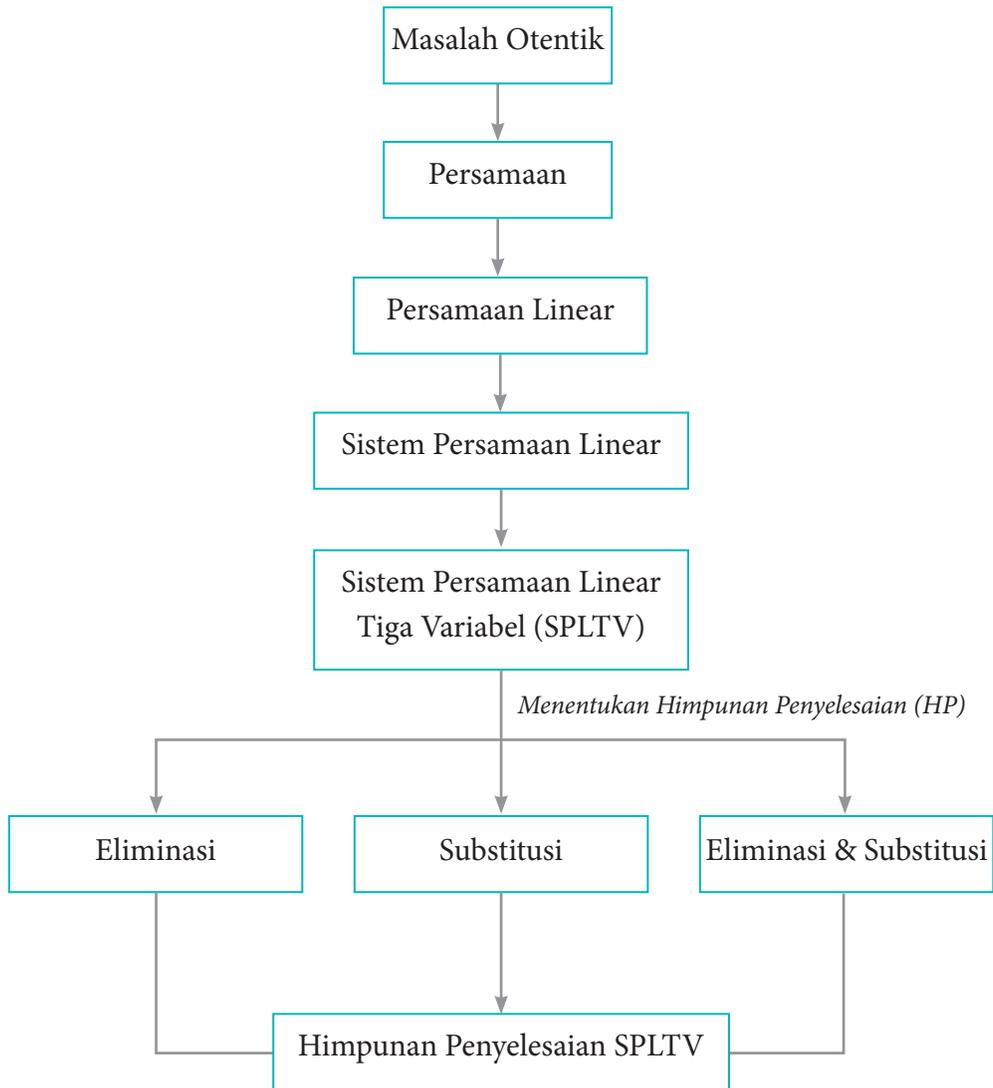
| Kompetensi Dasar | Indikator Pencapaian Kompetensi |
|--|--|
| 3.2 Menyusun sistem persamaan linear tiga variabel dari masalah kontekstual. | 3.2.1 Menyusun konsep sistem persamaan linear tiga variabel. 3.2.2 Menemukan syarat sistem persamaan linear tiga variabel. |
| 4.2 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel. | 4.2.1 Menyelesaikan masalah kontekstual sistem persamaan linear tiga variabel dengan metode eliminasi dan substitusi. 4.2.2 Menyelesaikan masalah kontekstual sistem persamaan linear tiga variabel dengan metode determinan. |

C. Tujuan Pembelajaran

Melalui pengamatan, tanya jawab, penugasan individu dan kelompok, diskusi kelompok, dan penemuan (*discovery*) diharapkan siswa dapat

1. menunjukkan sikap jujur, tertib, dan mengikuti aturan pada saat proses belajar berlangsung;
2. menunjukkan sikap cermat dan teliti dalam menyelesaikan masalah-masalah sistem persamaan linear tiga variabel;
3. menyusun konsep sistem persamaan linear tiga variabel;
4. menemukan syarat sistem persamaan tiga variabel;
5. menyelesaikan masalah kontekstual sistem persamaan linear tiga variabel dengan metode eliminasi dan substitusi;
6. menyelesaikan masalah kontekstual sistem persamaan linear tiga variabel dengan metode determinan.

D. Diagram Alir



E. Materi Pembelajaran

Suatu proses pembelajaran akan berjalan dengan efektif jika guru sudah mengenal karakteristik peserta didiknya. Adapun proses pembelajaran yang dirancang pada buku guru ini hanya sebagai pertimbangan bagi guru untuk merancang kegiatan belajar mengajar yang sesungguhnya. Oleh karena itu, guru diharapkan lebih giat dan kreatif lagi dalam mempersiapkan semua perangkat belajar mengajar.

Membelajarkan 2.1

Menyusun dan Menemukan Konsep Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Siswa diharapkan sudah membawa perlengkapan alat-alat tulis, seperti pulpen, pensil, penghapus, penggaris, kertas berpetak, dan lain-lain.
2. Bentuklah kelompok kecil sebanyak 2 – 3 orang siswa yang memungkinkan belajar secara efektif dan efisien.
3. Sediakan lembar kerja yang diperlukan peserta didik.
4. Sediakan kertas HVS secukupnya.

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| 1. | Kegiatan Pendahuluan Pada kegiatan pendahuluan, guru harus <ol style="list-style-type: none">a) menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses belajar-mengajar;b) memberi motivasi belajar peserta didik secara kontekstual sesuai manfaat dan aplikasi sistem persamaan linear tiga variabel dalam kehidupan sehari-hari dengan memberikan contoh dan perbandingan lokal, nasional, dan internasional; |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|---|
| | <p>c) mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang mengaitkan pengetahuan sebelumnya dengan materi yang akan dipelajari, misalnya, metode-metode yang akan digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan dua variabel;</p> <p>d) menjelaskan tujuan pembelajaran atau kompetensi dasar yang akan dicapai;</p> <p>e) menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai silabus.</p> |
| 2. | <p>Kegiatan Inti</p> <p>Ayo kita mengamati</p> <p>a) Melalui kelompok belajar yang heterogen, arahkan untuk mencermati Masalah 2.1 dan 2.2.</p> <p>Ayo kita menanya</p> <p>a) Ajaklah siswa untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan terkait Masalah 2.1 dan 2.2. Jika tidak ada siswa yang mengajukan pertanyaan, guru harus mempersiapkan pertanyaan-pertanyaan terkait masalah tersebut.</p> <p>Ayo kita mengumpulkan informasi</p> <p>a) Menemukan hubungan-hubungan setiap informasi yang diperoleh dari setiap pertanyaan berupa sistem persamaan linear.</p> <p>b) Mengajak siswa untuk menginterpretasikan setiap nilai variabel yang diperoleh dalam kajian kontekstual.</p> <p>c) Siswa diarahkan untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan terkait Masalah 2.2.</p> |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| | <p>Ayo kita mengasosiasi</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Arahkan untuk menemukan hubungan setiap informasi yang diperoleh dalam suatu sistem persamaan. b) Arahkan untuk menentukan penyelesaian sistem tersebut dengan metode yang telah dimiliki siswa. c) Peserta didik diajak untuk menginterpretasikan setiap nilai variabel yang diperoleh. d) Dari bentuk sistem persamaan yang diperoleh dari Masalah 2.1 dan 2.2, peserta didik diminta menemukan ciri-ciri sistem persamaan linear tiga variabel. e) Peserta didik diajak merumuskan konsep sistem persamaan linear tiga variabel dengan kata-katanya sendiri. f) Peserta didik diarahkan untuk menganalisis syarat sistem persamaan linear tiga variabel. g) Peserta didik dikenalkan istilah sistem persamaan linear tiga variabel homogen dan nonhomogen. |
| 3. | <p>Kegiatan Penutup</p> <p>Ayo kita menyimpulkan</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Bersama peserta didik menyimpulkan konsep sistem persamaan linear tiga variabel, seperti yang disajikan pada Definisi 2.1. b) Guru memberikan penugasan kepada peserta didik. c) Guru menyampaikan materi untuk dipelajari peserta didik untuk pertemuan berikutnya. |

Penilaian

1. Prosedur Penilaian

| No. | Aspek yang Dinilai | Teknik Penilaian | Waktu Penilaian |
|-----|--------------------|------------------|-----------------|
| 1. | Berpikir Logis | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 2. | Kritis | Pengamatan | Kegiatan inti |

2. Instrumen Pengamatan Sikap

Berpikir Logis

- Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan adanya usaha untuk mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik, jika mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten

Kritis

- Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan adanya usaha untuk mengajukan ide-ide logis, kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik, jika mengajukan ide-ide logis dan kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Berikan tanda checklis (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

| No. | Nama | Rasa Ingin Tahu | | | Tanggung Jawab | | |
|-----|------|-----------------|---|----|----------------|---|----|
| | | SB | B | KB | SB | B | KB |
| 1. | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | |
| 3. | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| 29. | | | | | | | |
| 30. | | | | | | | |

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

3. Instrumen Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

Petunjuk

- Kerjakan soal berikut secara individu, peserta didik tidak boleh menyontek dan tidak boleh bekerjasama.
- Jawablah pertanyaan/perintah di bawahnya.

Soal

1. Diberikan tiga persamaan

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{z} = 9; \quad \frac{1}{x} + \frac{3}{y} + \frac{1}{z} = \frac{7}{3}; \quad \text{dan} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 7$$

- Apakah termasuk sistem persamaan linear tiga variabel? Berikan alasanmu.
 - Dapatkah kamu membentuk sistem persamaan linear dari ketiga persamaan tersebut?
2. Seekor ikan mas memiliki ekor yang panjangnya sama dengan panjang kepalanya ditambah seperlima panjang tubuhnya. Panjang tubuhnya empat perlima dari panjang keseluruhan ikan. Jika panjang kepala ikan 5 inci, berapa panjang keseluruhan ikan tersebut? (1 inci = 2,54 cm).
3. Diberikan sistem persamaan linear berikut.

$$x + y + z = 4$$

$$z = 2$$

$$(t^2 - 4)z = t - 2$$

Berapakah nilai t agar sistem tersebut

- tidak memiliki penyelesaian,
 - satu penyelesaian,
 - tak berhingga banyak penyelesaian?
4. Temukan bilangan-bilangan positif yang memenuhi persamaan $x + y + z = 9$ dan $x + 5y + 10z = 44$!

4. Pedoman Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|--|-------------------|------|---------------|
| 1. | Ketelitian dalam menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 2. | Ketelitian dalam membentuk model dan menyelesaikan masalah | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 3. | Ketelitian menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 4. | Keterampilan dalam menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| | | Skor maksimal = | 100 | 100 |
| | | Skor minimal = | 0 | 0 |

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Siswa diharapkan sudah membawa perlengkapan alat-alat tulis, seperti pulpen, pensil, penghapus, penggaris, kertas berpetak, dan lain-lain.
2. Bentuklah kelompok kecil sebanyak 2 – 3 orang siswa yang memungkinkan belajar secara efektif dan efisien.
3. Sediakan lembar kerja yang diperlukan peserta didik.
4. Sediakan kertas HVS secukupnya.

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|---|
| 1. | <p>Kegiatan Pendahuluan</p> <p>Pada kegiatan pendahuluan guru harus</p> <ol style="list-style-type: none">a) menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran;b) memberi motivasi belajar kepada peserta didik secara kontekstual sesuai manfaat dan aplikasi sistem persamaan linear tiga variabel dalam kehidupan sehari-hari, dengan memberikan contoh dan perbandingan lokal, nasional, dan internasional;c) mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang mengaitkan pengetahuan sebelumnya dengan materi yang akan dipelajari, misalnya, metode-metode yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan dua variabel;d) menjelaskan tujuan pembelajaran atau kompetensi dasar yang akan dicapai;e) menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai silabus. |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|---|
| 2. | <p>Kegiatan Inti</p> <p><i>Ayo kita mengamati</i></p> <p>Arahkan peserta didik untuk mencermati Contoh 2.3.</p> <p><i>Ayo kita menanya</i></p> <p>Arahkan peserta didik mengajukan pertanyaan-pertanyaan terkait Contoh 2.3. Jika peserta didik tidak bertanya, maka guru harus mempersiapkan pertanyaan-pertanyaan sebagai petunjuk untuk mengetahui informasi penting dari contoh tersebut.</p> <p><i>Ayo kita mengumpulkan informasi</i></p> <ol style="list-style-type: none"> Dengan jawaban yang diperoleh pada tahap sebelumnya, peserta didik diarahkan untuk menghubungkan setiap informasi. Peserta didik diarahkan menemukan hubungan setiap informasi yang diperoleh ke dalam suatu sistem persamaan. <p><i>Ayo kita mengasosiasi</i></p> <ol style="list-style-type: none"> Peserta didik diminta untuk menyelesaikan sistem persamaan yang terbentuk dari Contoh 2.3 dengan metode yang telah dipahaminya. Peserta didik diarahkan menyelesaikan bentuk umum persamaan linear tiga variabel dengan metode eliminasi. Pastikan peserta didik memahami setiap syarat yang harus dipenuhi dalam menyelesaikan bentuk umum sistem persamaan tersebut. Guru memperkenalkan istilah metode determinan dalam menyelesaikan suatu sistem persamaan linear tiga variabel. Peserta didik diarahkan untuk menemukan ciri-ciri sistem persamaan linear tiga variabel dalam menentukan penyelesaian. Peserta didik diarahkan untuk menyelesaikan sistem Masalah 2.1 dan 2.2 dengan metode determinan. |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| 3. | <p>Kegiatan Penutup</p> <p><i>Ayo kita menyimpulkan</i></p> <p>a) Bersama dengan peserta didik, guru menyimpulkan konsep metode determinan dalam menentukan penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel.</p> <p>b) Guru memberikan penugasan kepada peserta didik.</p> |

Penilaian

1. Prosedur Penilaian

| No. | Aspek yang Dinilai | Teknik Penilaian | Waktu Penilaian |
|-----|--------------------|------------------|-----------------|
| 1. | Analitis | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 2. | Bekerjasama | Pengamatan | Kegiatan inti |

2. Instrumen Pengamatan Sikap

Analitis

- Kurang baik, jika sama sekali tidak mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- Sangat baik, jika mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Bekerjasama

- Kurang baik, jika sama sekali tidak menunjukkan sikap mau bekerja sama dengan temannya selama proses pembelajaran.

- b. Baik, jika menunjukkan sikap mau bekerja sama dengan temannya selama proses pembelajaran
- c. Sangat baik, jika menunjukkan sikap mau bekerja sama dengan temannya selama proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Berikan tanda checklis (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

| No. | Nama | Rasa Ingin Tahu | | | Tanggung Jawab | | |
|-----|------|-----------------|---|----|----------------|---|----|
| | | SB | B | KB | SB | B | KB |
| 1. | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | |
| 3. | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| 29. | | | | | | | |
| 30. | | | | | | | |

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

3. Instrumen Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

Petunjuk

- a. Kerjakan soal berikut secara individu, dan peserta didik tidak boleh menyontek dan tidak boleh bekerjasama.
- b. Jawablah pertanyaan/perintah di bawahnya.

Soal

1. Tiga tukang cat, Joni, Deni dan Ari bekerja secara bersama-sama, dapat mengecat eksterior (bagian luar) sebuah rumah dalam waktu 10 jam kerja. Pengalaman Deni dan Ari pernah bersama-sama mengecat rumah yang serupa dalam 15 jam kerja. Suatu hari, ketiga tukang ini bekerja mengecat rumah tersebut selama 4 jam kerja. Setelah itu Ari pergi karena ada suatu keperluan mendadak. Joni dan Deni memerlukan tambahan waktu 8 jam kerja lagi untuk menyelesaikan pengecatan rumah. Tentukan waktu yang dibutuhkan masing-masing tukang, jika bekerja sendirian.
2. Sebuah bilangan terdiri atas tiga angka yang jumlahnya 9. Angka satuannya tiga lebih daripada angka puluhan. Jika angka ratusan dan angka puluhan ditukar letaknya, diperoleh bilangan yang sama. Tentukan bilangan tersebut.
3. Diberikan sistem persamaan linear tiga variabel, yaitu

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

Tentukan syarat yang dipenuhi sistem supaya memiliki penyelesaian tunggal, memiliki banyak penyelesaian, dan tidak memiliki penyelesaian.

4. Sebuah pabrik memiliki 3 buah mesin A, B, dan C. Jika ketiganya bekerja akan dihasilkan 5.700 dalam satu minggu. Jika hanya mesin A dan B saja bekerja akan dihasilkan 3.400 lensa dalam satu minggu. Jika hanya mesin A dan C yang bekerja akan dihasilkan 4.200 lensa dalam satu minggu. Berapa banyak lensa yang dihasilkan oleh tiap-tiap mesin dalam satu minggu?

Selesaikan dalam sistem persamaan yang diberikan dan tentukan nilai yang diminta.

4. Pedoman Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|--|-------------------|------|---------------|
| 1. | Keterampilan dalam membentuk model dan menyelesaikan | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 2. | Keterampilan dalam membentuk model dan menyelesaikan masalah | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 3. | Ketelitian menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 4. | Keterampilan dalam menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| | | Skor maksimal = | 100 | 100 |
| | | Skor minimal = | 0 | 0 |

F. Pengayaan

Pengayaan merupakan kegiatan yang diberikan kepada siswa yang memiliki akselerasi pencapaian KD yang cepat (nilai maksimal) agar potensinya berkembang optimal dengan memanfaatkan sisa waktu yang dimilikinya. Guru sebaiknya merancang kegiatan pembelajaran lanjut yang terkait dengan sistem persamaan linear tiga variabel.

G. Remedial

Pembelajaran remedial pada hakikatnya adalah pemberian bantuan bagi peserta didik yang mengalami kesulitan atau kelambatan belajar. Pembelajaran remedial adalah tindakan perbaikan pembelajaran yang diberikan kepada peserta didik yang belum mencapai kompetensi minimalnya dalam satu kompetensi dasar tertentu.

Perlu dipahami oleh guru, bahwa remedial bukan mengulang tes (ulangan harian) dengan materi yang sama, tetapi guru memberikan perbaikan pembelajaran pada KD yang belum dikuasai oleh peserta didik melalui upaya tertentu. Setelah perbaikan pembelajaran dilakukan, guru melakukan tes untuk mengetahui apakah peserta didik telah memenuhi kompetensi minimal dari KD yang diremedialkan.

H. Kegiatan Proyek

Sehubungan dengan kegiatan proyek pada buku siswa, maka hal-hal yang perlu dilakukan oleh guru adalah sebagai berikut:

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Sediakan bahan-bahan yang dibutuhkan untuk kegiatan Proyek kali ini, seperti buku-buku teks pelajaran atau pojok pustaka atau bahkan fasilitas internet
2. Sediakan kertas HVS atau lainnya.

3. Bentuklah siswa dalam beberapa kelompok untuk membagi tugas dalam menjalankan tugasnya.
4. Guru membimbing siswa dalam menyusun langkah-langkah pelaksanaan Projek.
5. Selain itu, guru harus merancang bagaimana penilaian Projek hasil kerja siswa.

Soal Projek

Cari sebuah SPLTV yang menyatakan model matematika dari masalah nyata yang kamu temui di lingkungan sekitarmu. Uraikan proses penemuan model matematika tersebut dan selesaikan sebagai pemecahan masalah tersebut.

Buatlah laporan hasil kerjamu dan hasilnya dipresentasikan di depan kelas.

I. Rangkuman

Guru mengarahkan siswa untuk menyusun rangkuman pada pembelajaran sistem persamaan linear tiga variabel. Guru memberikan bantuan untuk mengarahkan siswa merangkum hal-hal penting dengan benar melalui mengajukan pertanyaan-pertanyaan. Misalnya:

1. Bagaimana konsep sistem persamaan linear tiga variabel?
2. Bagaimana menentukan penyelesaian sistem persamaan linear linear tiga variabel?
3. Apa yang dimaksud dengan himpunan penyelesaian suatu sistem persamaan linear tiga variabel?
4. Bagaimana konsep sistem persamaan linear tiga variabel yang homogen dan nonhomogen.
5. Bagaimana syarat suatu sistem persamaan linear tiga variabel memiliki satu penyelesaian? Tidak memiliki penyelesaian? Memiliki tak terhingga banyak penyelesaian.

Guru mengarahkan siswa, menyimpulkan seperti yang disajikan pada bagian penutup ini. Jika siswa menemukan banyak hal yang lebih dari penutup tersebut lebih baik.

Beberapa hal penting yang perlu dirangkum terkait Konsep dan sifat-sifat sistem persamaan linear tiga variabel.

1. Model matematika dari permasalahan sehari-hari sering menjadi sebuah model sistem persamaan linear. Konsep sistem persamaan linear ini didasari oleh konsep persamaan dalam sistem bilangan real, sehingga sifat-sifat persamaan linear dalam sistem bilangan real banyak digunakan sebagai pedoman dalam menyelesaikan suatu sistem persamaan linear.
2. Dua persamaan linear atau lebih dikatakan membentuk sistem persamaan linear jika dan hanya jika variabel-variabelnya saling terkait dan variabel yang sama memiliki nilai yang sama sebagai penyelesaian setiap persamaan linear pada sistem tersebut.
3. Himpunan penyelesaian sistem persamaan linear adalah suatu himpunan semua pasangan (x, y, z) yang memenuhi sistem tersebut.
4. Apabila penyelesaian sebuah sistem persamaan linear semuanya nilai variabelnya adalah nol, maka penyelesaian tersebut dikatakan penyelesaian trivial. Misal diberikan sistem persamaan linear $3x + 5y + z = 0$; $2x + 7y + z = 0$; dan $x - 2y + z = 0$. Sistem persamaan linear ini memiliki suku konstan nol dan mempunyai penyelesaian yang tunggal, yaitu untuk $x = y = z = 0$.
5. Sistem persamaan linear disebut homogen apabila suku konstan setiap persamaannya adalah nol.
 - a. Sistem tersebut hanya mempunyai penyelesaian trivial.
 - b. Sistem tersebut mempunyai tak terhingga penyelesaian yang tak trivial sebagai tambahan penyelesaian trivial.
6. Sistem Persamaan linear (SPL) mempunyai tiga kemungkinan selesaian, yaitu tidak mempunyai penyelesaian, mempunyai satu penyelesaian dan mempunyai tak terhingga banyak penyelesaian.

Penguasaan kamu tentang sistem persamaan linear tiga variabel adalah prasyarat mutlak mempelajari bahasan matriks dan program linier. Selanjutnya kita akan mempelajari konsep fungsi.

BAB 3

Fungsi

Petunjuk Pembelajaran bagi Guru

A. Kompetensi Inti

| | |
|--------------------|---|
| Sikap | <ol style="list-style-type: none">1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.2. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan proaktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia |
| Pengetahuan | <ol style="list-style-type: none">3. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta |

| | |
|---------------------|---|
| | menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah. |
| Keterampilan | 4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan. |

B. Kompetensi Dasar dan Indikator

Indikator Pencapaian Kompetensi pada kegiatan pembelajaran dapat dikembangkan oleh guru dan disesuaikan dengan kondisi peserta didik dan lingkungan di tempat guru mengajar.

Berikut dipaparkan contoh Indikator Pencapaian Kompetensi yang dapat dijabarkan dari KD pengetahuan 3.3-3.5 dan KD Keterampilan 4.3-4.5.

| Kompetensi Dasar | Indikator Pencapaian Kompetensi |
|--|--|
| 3.3 Menganalisis fungsi (terutama fungsi linear, fungsi kuadrat, dan fungsi rasional) secara formal yang meliputi notasi, daerah asal, daerah hasil, dan ekspresi simbolik, serta grafiknya. | <p>3.3.1. Menentukan notasi suatu fungsi linear, fungsi kuadrat, dan fungsi rasional.</p> <p>3.3.2. Menentukan daerah asal suatu fungsi linear, fungsi kuadrat, dan fungsi rasional melalui grafik.</p> <p>3.3.3. Menentukan daerah hasil suatu fungsi linear, fungsi kuadrat, dan fungsi rasional melalui grafik.</p> |

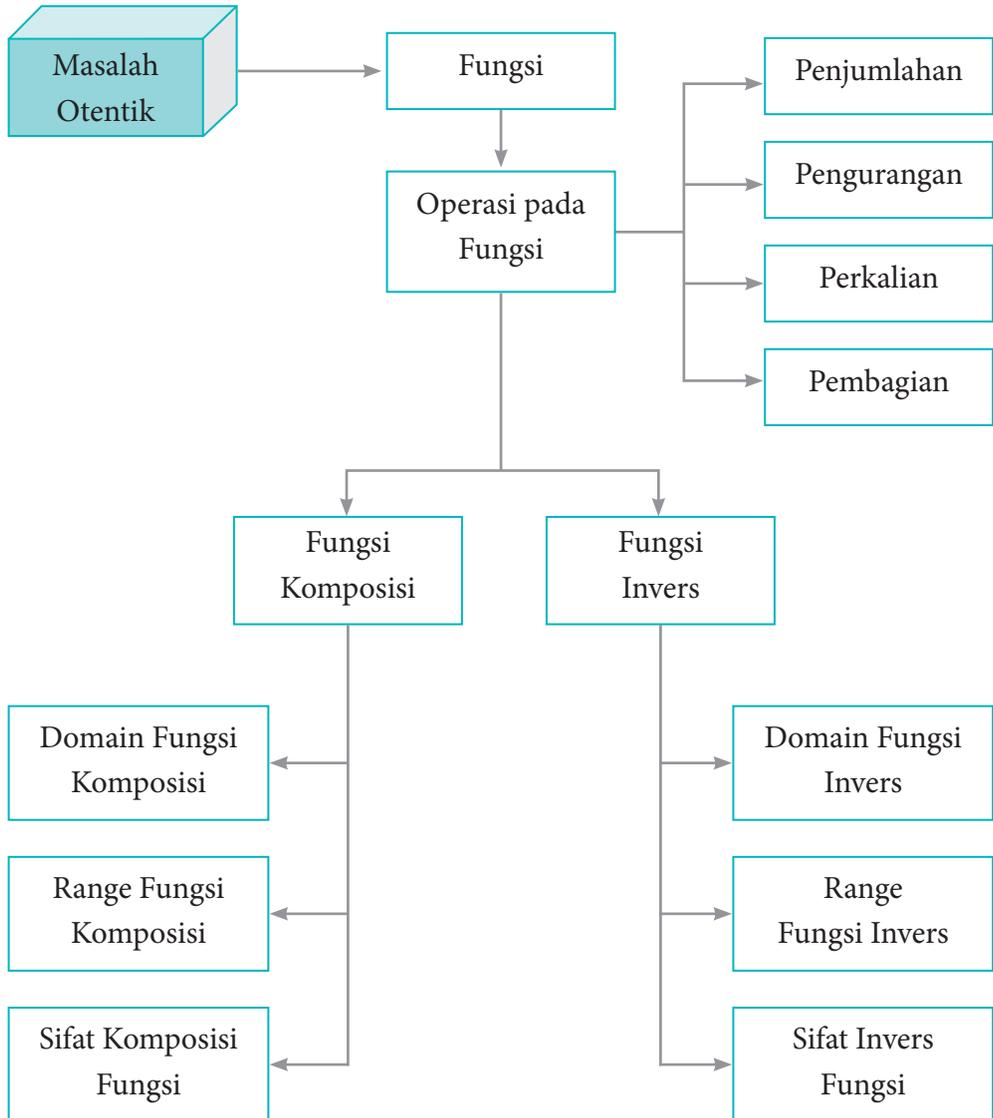
| Kompetensi Dasar | Indikator Pencapaian Kompetensi |
|---|--|
| <p>3.4 Menjelaskan dan melakukan operasi aritmetika (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian) dan operasi komposisi pada fungsi.</p> | <p>3.4.1. Menentukan hasil operasi penjumlahan pada fungsi.</p> <p>3.4.2. Menentukan hasil operasi penjumlahan dan pengurangan pada fungsi.</p> <p>3.4.3. Menentukan hasil operasi perkalian dan pembagian fungsi.</p> <p>3.4.4. Menentukan hasil operasi komposisi pada fungsi.</p> |
| <p>3.5 Menjelaskan fungsi invers dan sifat-sifatnya serta menentukan eksistensinya.</p> | <p>3.5.1. Memahami definisi fungsi invers.</p> <p>3.5.2. Menentukan invers suatu fungsi.</p> <p>3.5.3. Menemukan sifat-sifat fungsi invers.</p> |
| <p>4.3. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan daerah asal dan daerah hasil fungsi.</p> | <p>4.3.1. Menggunakan konsep daerah asal fungsi untuk menyelesaikan masalah kontekstual tentang fungsi.</p> <p>4.3.2. Menggunakan konsep daerah hasil fungsi untuk menyelesaikan masalah kontekstual tentang fungsi.</p> |
| <p>4.4. Menyelesaikan masalah yang melibatkan operasi aritmetika dan operasi komposisi.</p> | <p>4.4.1. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan operasi aritmetika fungsi.</p> <p>4.4.2. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan operasi komposisi fungsi.</p> |

C. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari fungsi melalui pengamatan, tanya jawab, penugasan individu dan kelompok, diskusi kelompok, serta penemuan (*discovery*) siswa diharapkan mampu

1. menumbuhkan sikap perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleransi, damai), santun, responsif, dan pro-aktif, berani bertanya, berpendapat, serta menghargai pendapat orang lain dalam aktivitas sehari-hari;
2. menunjukkan rasa ingin tahu dalam memahami dan menyelesaikan masalah fungsi;
3. menentukan daerah asal suatu fungsi;
4. menentukan daerah hasil suatu fungsi;
5. menentukan hasil operasi aritmetika (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian) suatu fungsi;
6. menentukan hasil operasi komposisi suatu fungsi;
7. menentukan invers suatu fungsi;
8. memahami syarat-syarat suatu fungsi agar memiliki invers;
9. menggunakan konsep daerah asal dan daerah hasil untuk menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan fungsi;
10. menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan operasi aritmetika dan operasi komposisi fungsi.

D. Diagram Alir



E. Materi Pembelajaran

Membelajarkan 3.1

Memahami Notasi, Domain, Range, dan Grafik Suatu Fungsi

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Siswa diharapkan sudah membawa perlengkapan alat-alat tulis, seperti pulpen, pensil, penghapus, penggaris, kertas berpetak, dan lain-lain.
2. Bentuklah kelompok kecil sebanyak 2 – 3 orang siswa yang memungkinkan belajar secara efektif dan efisien.
3. Sediakan tabel-tabel yang diperlukan bagi siswa untuk mengisikan hasil kerjanya

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| 1. | Kegiatan Pendahuluan <ul style="list-style-type: none">• Pembelajaran dimulai dengan Do'a dan Salam.• Apersepsi.<ol style="list-style-type: none">1) Para siswa diperkenalkan ulang materi relasi dan fungsi yang telah dipelajari di SMP.2) Ajaklah siswa mengingat kembali konsep fungsi, penyajian fungsi, daerah asal, daerah kawan, dan daerah hasil fungsi. |
| 2. | Kegiatan Inti Pengantar Pembelajaran <ul style="list-style-type: none">• Ajaklah siswa untuk memperhatikan dan memahami Gambar 3.1.• Upayakan siswa lebih dahulu berusaha memikirkan, bersusah payah mencari ide-ide, berdiskusi dalam kelompok, dan mencari pemecahan masalah di dalam kelompok. |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|---|
| | <ul style="list-style-type: none"> Guru dapat memberi bantuan kepada siswa, tetapi diupayakan mereka sendiri yang berusaha menuju ketinggian pemahaman dan proses berpikir yang lebih tinggi. <p>Ayo Kita Amati</p> <ul style="list-style-type: none"> Ajaklah siswa untuk mengamati Gambar 3.1. dan Gambar 3.2 dan fokuskan pengamatan kepada pengamatan bagaimana proses kerja sebuah mesin, mulai dari masukan, proses, sampai pada luaran yang dihasilkan oleh sebuah mesin. Selanjutnya, untuk Gambar 3.2 fokus pengamatannya pada daerah asal dan daerah hasil sebuah fungsi yang disajikan dalam grafik. Berilah kesempatan kepada siswa untuk berdiskusi tentang perbedaan masukan pada mesin yang akan menghasilkan luaran yang berbeda juga. <p>Ayo Kita Menanya</p> <ul style="list-style-type: none"> Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat notasi sebuah fungsi dan menentukan daerah asal serta daerah hasil suatu fungsi. Amati siswa yang sedang bekerja, dan kalau perlu berikan pertanyaan pancingan. <p>Sedikit Informasi</p> <ul style="list-style-type: none"> Informasikan kepada siswa daerah asal fungsi adalah semua nilai-nilai yang ada pada sumbu x dan daerah hasilnya berasal pada sumbu y. <p>Ayo Kita Menalar</p> <ul style="list-style-type: none"> Ajaklah siswa untuk mendiskusikan kembali tentang notasi, daerah asal, dan daerah hasil suatu fungsi. Perhatikan siswa yang sedang melakukan kegiatan Menalar. |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| | <p>Ayo Kita Berbagi</p> <ul style="list-style-type: none"> Mintalah siswa untuk berbagi hasil karyanya ke teman sebangkunya, dan pastikan temannya yang menerima hasil karya tersebut untuk memahami apa yang harus dilakukan. Pantauilah bagaimana mereka mengerjakan tugasnya dan pastikan bahwa kalimat-kalimat yang digunakan sudah sesuai dengan kaidah penulisan yang baik. |
| 3. | <p>Kegiatan Penutup</p> <ul style="list-style-type: none"> Apakah semua kelompok sudah mengumpulkan tugas-tugasnya dan apakah identitas kelompok sudah jelas? Coba periksa. Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian. Jika dipandang perlu, berikan latihan kepada siswa untuk dikerjakan di rumah. |

Penilaian

1. Prosedur Penilaian:

| No. | Aspek yang Dinilai | Teknik Penilaian | Waktu Penilaian |
|-----|--------------------------|------------------|------------------|
| 1. | Berani bertanya | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 2. | Berpendapat | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 3. | Mau mendengar orang lain | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 4. | Bekerjasama | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 5. | | Tes Tertulis | Kegiatan penutup |

2. Instrumen Pengamatan Sikap

Rasa Ingin Tahu

- Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha untuk mencoba atau bertanya atau acuh tak acuh (tidak mau tau) dalam proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mencoba atau bertanya dalam proses pembelajaran tetapi masih belum konsisten.
- Sangat baik, jika menunjukkan adanya usaha untuk mencoba atau bertanya dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Indikator perkembangan sikap TANGGUNG JAWAB (dalam kelompok)

- Kurang baik, jika menunjukkan sama sekali tidak ambil bagian dalam melaksanakan tugas Kelompok.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha ambil bagian dalam melaksanakan tugas kelompok tetapi belum konsisten.
- Sangat baik, jika menunjukkan sudah ambil bagian dalam menyelesaikan tugas kelompok secara terus-menerus dan konsisten.

Berikan tanda checklis (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

| No. | Nama | Rasa Ingin Tahu | | | Tanggung Jawab | | |
|-----|------|-----------------|---|----|----------------|---|----|
| | | SB | B | KB | SB | B | KB |
| 1. | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | |
| 3. | | | | | | | |

| No. | Nama | Rasa Ingin Tahu | | | Tanggung Jawab | | |
|-----|------|-----------------|---|----|----------------|---|----|
| | | SB | B | KB | SB | B | KB |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| 29. | | | | | | | |
| 30. | | | | | | | |

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

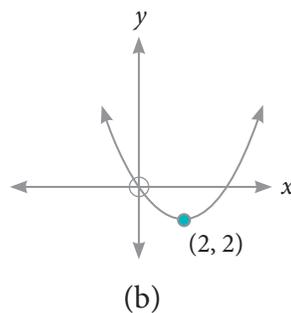
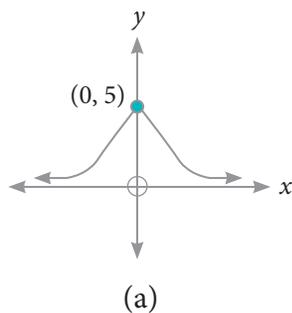
3. Instrumen penilaian 1

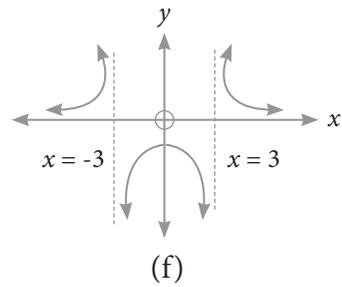
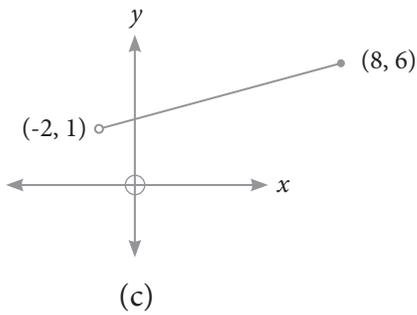
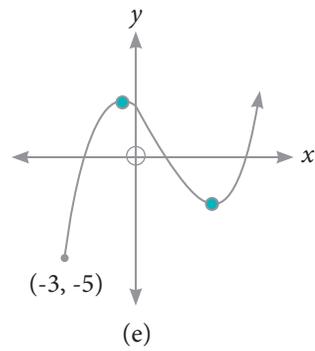
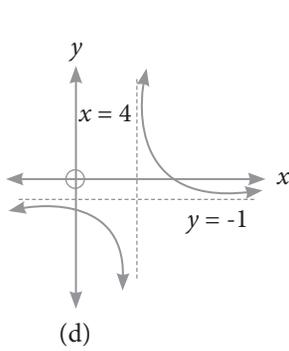
Petunjuk:

- Kerjakan soal berikut secara individu, siswa tidak diperbolehkan menyontek dan bekerjasama.
- Jawablah pertanyaan/perintah di bawahnya.

Soal

- Tentukanlah daerah asal dan daerah hasil fungsi yang disajikan pada grafik berikut.





2. Tentukanlah daerah asal dan daerah hasil fungsi berikut.

- a. $f(x) = 2x + 3$
- b. $f(x) = x^2 - 2x - 8$
- c. $f(x) = x^2 - 1$, dimana $2 \leq x \leq 6$
- d. $f(x) = \frac{2}{x(x-5)}$
- e. $f(x) = \frac{x-3}{2}$
- f. $h(x) = \frac{1}{x^2}$
- g. $h(x) = \sqrt{x-8}$
- h. $h(x) = \frac{3}{\sqrt{x-2}}$

$$i. \quad h(x) = \frac{\sqrt{1+x}}{4-x}$$

$$j. \quad h(x) = \sqrt{x^2 + 6x + 9}$$

4. Pedoman Penilaian

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|-------------------------|-------------------|------|---------------|
| 1. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 2. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 3. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 4. | Ketrampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| | | Skor maksimal = | 100 | 100 |
| | | Skor minimal = | 0 | 0 |

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Siswa diharapkan sudah membawa perlengkapan alat-alat tulis, seperti pulpen, pensil, penghapus, penggaris, kertas berpetak, dan lain-lain.
2. Bentuklah kelompok kecil sebanyak 2 – 3 orang siswa yang memungkinkan belajar secara efektif dan efisien.
3. Sediakan tabel-tabel yang diperlukan bagi siswa untuk mengisikan hasil kerjanya.

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|---|
| 1. | Kegiatan Pendahuluan <ul style="list-style-type: none">• Pembelajaran dimulai dengan Do'a dan Salam.• Apersepsi.<ol style="list-style-type: none">1) Para siswa diperkenalkan dengan pekerjaan fotografer seperti pada Masalah 3.1 di Buku Siswa dan juga bagian-bagian pekerjaan yang harus dilakukan fotografer, sehingga tercipta sebuah foto yang bagus.2) Ajaklah siswa memikirkan jenis-jenis pekerjaan yang lain yang menarik minat bagi siswa. |
| 2. | Kegiatan Inti Pengantar Pembelajaran <ul style="list-style-type: none">• Ajaklah siswa untuk memperhatikan dan memahami Masalah 3.1, Masalah 3.2, dan Masalah 3.3.• Upayakan siswa lebih dahulu berusaha memikirkan, bersusah payah mencari ide-ide, berdiskusi dalam kelompok, dan mencari pemecahan masalah di dalam kelompok. |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|---|
| | <ul style="list-style-type: none"> • Guru dapat memberikan bantuan pada siswa, tetapi upayakan mereka sendiri yang berusaha menuju tingkat pemahaman dan proses berpikir yang lebih tinggi. <p>Ayo Kita Amati</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ajaklah siswa untuk mengamati Masalah 3.1. Fokus pengamatannya adalah bagaimana proses yang dilakukan seorang fotografer untuk menghasilkan gambar yang bagus. • Berilah kesempatan kepada siswa untuk berdiskusi tentang perbedaan fungsi biaya pemotretan dan fungsi biaya pengeditan. Kedua tahapan ini harus dilakukan agar diketahui seberapa besar biaya untuk menghasilkan gambar yang bagus. <p>Ayo Kita Menanya</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan tentang fungsi biaya apa saja yang harus dihitung untuk menghasilkan gambar yang bagus? Jelaskan. • Amati siswa yang sedang bekerja, dan kalau perlu berikan pertanyaan pancingan. <p>Sedikit Informasi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Informasikan kepada siswa bahwa untuk menjawab pertanyaan yang terdapat pada Masalah 3.1 sampai dengan Masalah 3.3, terlebih dahulu memahami jenis-jenis operasi yang sering digunakan, seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. • Berilah kesempatan kepada siswa untuk mendiskusikannya tentang cara manakah yang paling mudah untuk digunakan. |

Ayo Kita Menalar

- Ajaklah siswa untuk mendiskusikan permasalahan yang terdapat pada Masalah 3.1. Perhatikan siswa yang sedang melakukan kegiatan Menalar.

Simpulan

Jika f suatu fungsi dengan daerah asal D_f dan g suatu fungsi dengan daerah asal D_g , maka pada operasi aljabar penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dinyatakan sebagai berikut.

- 1) Jumlah f dan g ditulis $f + g$ didefinisikan sebagai $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$ dengan daerah asal $D_{f+g} = D_f \cap D_g$.
- 2) Selisih f dan g ditulis $f - g$ didefinisikan sebagai $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$ dengan daerah asal $D_{f-g} = D_f \cap D_g$.
- 3) Perkalian f dan g ditulis $f \times g$ didefinisikan sebagai $(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$ dengan daerah asal $D_{f \times g} = D_f \cap D_g$.
- 4) Pembagian f dan g ditulis $\frac{f}{g}$ didefinisikan sebagai $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ dengan daerah asal $= D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$.

Ayo Kita Berbagi

- Mintalah siswa untuk menginformasikan hasil karyanya ke teman sebangkunya, dan pastikan temannya yang menerima hasil karya tersebut untuk memahami apa yang harus dilakukan.
- Pantaulah bagaimana mereka mengerjakan tugasnya dan pastikan bahwa kalimat-kalimat yang digunakan sudah sesuai dengan kaidah penulisan yang baik.

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| 3. | <p>Kegiatan Penutup</p> <ul style="list-style-type: none"> • Apakah semua kelompok sudah mengumpulkan tugas-tugasnya dan apakah identitas kelompok sudah jelas? Perlu diperiksa. • Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian • Jika dipandang perlu, berilah latihan kepada siswa untuk dikerjakan di rumah. |

Penilaian

4. Prosedur Penilaian

| No. | Aspek yang Dinilai | Teknik Penilaian | Waktu Penilaian |
|-----|--------------------------|------------------|------------------|
| 1. | Analitis | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 2. | Bekerjasama | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 3. | Mau mendengar orang lain | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 4. | Bekerjasama | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 5. | | Tes Tertulis | Kegiatan penutup |

5. Instrumen Pengamatan Sikap

Rasa ingin tahu

- Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha untuk mencoba atau bertanya atau acuh tak acuh (tidak mau tau) dalam proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mencoba atau bertanya dalam proses pembelajaran tetapi masih belum konsisten.

- c. Sangat baik, jika menunjukkan adanya usaha untuk mencoba atau bertanya dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten

Indikator perkembangan sikap TANGGUNG JAWAB (dalam kelompok)

- a. Kurang baik, jika menunjukkan sama sekali tidak ambil bagian dalam melaksanakan tugas kelompok.
- b. Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha ambil bagian dalam melaksanakan tugas kelompok tetapi belum konsisten.
- c. Sangat baik, jika menunjukkan sudah ambil bagian dalam menyelesaikan tugas kelompok secara terus-menerus dan konsisten.

Berikan tanda checklis (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

| No. | Nama | Rasa Ingin Tahu | | | Tanggung Jawab | | |
|-----|------|-----------------|---|----|----------------|---|----|
| | | SB | B | KB | SB | B | KB |
| 1. | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | |
| 3. | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| 29. | | | | | | | |
| 30. | | | | | | | |

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

6. Instrumen Penilaian 1

Petunjuk:

- Kerjakan soal berikut secara individu, tidak boleh menyontek dan tidak boleh bekerjasama.
- Pilihlah jawaban soal kemudian jawablah pertanyaan/perintah di bawahnya.

Soal

- Suatu pabrik kertas berbahan dasar kayu memproduksi kertas melalui dua tahap. Tahap pertama menggunakan mesin I yang menghasilkan bahan kertas setengah jadi. Tahap kedua menggunakan mesin II yang menghasilkan bahan kertas. Dalam produksinya mesin I menghasilkan bahan setengah jadi dengan mengikuti fungsi $f(x) = 6x - 10$ dan mesin II mengikuti fungsi $g(x) = x^2 + 12$, x merupakan banyak bahan dasar kayu dalam satuan ton.
 - Jika bahan dasar kayu yang tersedia untuk suatu produksi sebesar 50 ton, berapakah kertas yang dihasilkan? (Kertas dalam satuan ton).
 - Jika bahan setengah jadi untuk kertas yang dihasilkan oleh mesin I sebesar 110 ton, berapa tonkah kayu yang sudah terpakai? Berapa banyak kertas yang dihasilkan?
- Diketahui fungsi $f(x) = \frac{x-3}{x}$, $x \neq 0$ dan $g(x) = \sqrt{x^2-9}$. Tentukan rumus fungsi berikut, bila terdefinisi dan tentukan daerah asal dan daerah hasilnya.
 - $f + g$
 - $f - g$
 - $f \times g$
 - $\frac{f}{g}$

3. Misalkan f fungsi yang memenuhi $f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x}f(-x) = 2x$ untuk setiap $x \neq 0$. Tentukanlah nilai $f(2)$.
4. Diketahui fungsi $f: R \rightarrow R$ dengan $f(x) = x^2 - 4x + 2$ dan fungsi $g: R \rightarrow R$ dengan $g(x) = 3x - 7$. Tentukanlah
- $g \circ f$
 - $f \circ g$
 - $g \circ f(5)$
 - $(f \circ g)(10)$

4. Pedoman Penilaian

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|-------------------------|-------------------|------|---------------|
| 1. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 2. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 3. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|-------------------------|-------------------|------|---------------|
| 4. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| | | Skor maksimal = | 100 | 100 |
| | | Skor minimal = | 0 | 0 |

Membelajarkan 3.3 Menemukan Konsep Fungsi Invers

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Identifikasi siswa-siswa yang biasanya agak sulit membuat pertanyaan.
2. Identifikasi pula bentuk bantuan yang perlu diberikan agar siswa akhirnya produktif membuat pertanyaan.
3. Sediakan tabel-tabel yang diperlukan bagi siswa untuk mengisikan hasil kerjanya.
4. Sediakan kertas HVS secukupnya.
5. Mungkin perlu diberikan contoh kritik, komentar, saran, atau pertanyaan terhadap suatu karya agar siswa dapat meniru dan mengembangkan lebih jauh sesuai dengan materinya

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| 1. | Kegiatan Pendahuluan <ul style="list-style-type: none"> • Apersepsi <ol style="list-style-type: none"> 1) Para siswa diperkenalkan dengan pekerjaan pedagang kain. |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| | <p>2) Jika diketahui berapa potong kain yang terjual, maka dapat dihitung berapa banyak untung yang diperoleh. Demikian juga jika pedagang mengharapkan untung dengan jumlah tertentu, maka dapat diupayakan dengan menjual kain dengan jumlah tertentu.</p> |
| 2. | <p>Kegiatan Inti</p> <p>Pengantar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fokus pemahaman dengan memperhatikan secara teliti berapa potong kain yang terjual dan berapa rupiah untungnya, juga berapa banyak kain yang harus terjual jika ingin memiliki untung dengan jumlah tertentu. <p>Masalah 3.4</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ajaklah siswa untuk memperhatikan dan memahami Masalah 3.4 • Himbaulah siswa untuk memperhatikan hubungan antara banyak kain yang terjual dengan untung yang diperoleh. <p>Ayo Kita Amati</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ajak siswa mengamati Gambar 3.3 tentang invers fungsi. <p>Ayo Kita Menanya</p> <ul style="list-style-type: none"> • Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan (<i>questioning</i>) kalau perlu modelkan salah satu pertanyaan. • Berikan kesempatan kepada mereka untuk menuliskan pertanyaannya. <p>Ayo Kita Menggali Informasi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kemudian, ajaklah siswa untuk melakukan kegiatan menggali informasi tentang kemungkinan-kemungkinan pertanyaan yang dibuat siswa/peserta didik. |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|---|
| | <p>Ayo Kita Mencoba</p> <ul style="list-style-type: none"> Himbaulah siswa untuk membuat ciri-ciri dari suatu fungsi invers berdasarkan contoh-contoh yang ada pada buku siswa. <p>Ayo Kita Menalar</p> <ul style="list-style-type: none"> Ajak siswa berdiskusi untuk memahami fungsi invers. Informasikan kepada siswa bahwa fokus jawabannya pada dua pertanyaan yang telah disediakan. <p>Alternatif Penyelesaian</p> <p>Berdasarkan Gambar 3.3, dikemukakan beberapa hal sebagai berikut.</p> <ol style="list-style-type: none"> Gambar 3.3 (i) menunjukkan bahwa fungsi f memetakan A ke B, ditulis: $f: A \rightarrow B$. Gambar 3.3 (ii) menunjukkan bahwa f^{-1} memetakan B ke A, ditulis $f^{-1}: B \rightarrow A$. f^{-1} merupakan invers fungsi f. Gambar 3.3 (iii) menunjukkan bahwa untuk nilai $x = 50$, maka akan dicari nilai $f(x)$. Gambar 3.3 (iv) menunjukkan kebalikan dari Gambar 3.3 (iii), yaitu mencari nilai x jika diketahui nilai $f(x) = 100.000$. <p>Ayo Kita Berbagi</p> <ul style="list-style-type: none"> Mintalah siswa untuk menginformasikan hasil karyanya ke teman sebangkunya, dan pastikan temannya yang menerima hasil karya tersebut memahami apa yang harus dilakukan. <p>Pantau bagaimana mereka mengerjakan tugasnya dan pastikan bahwa kalimat-kalimat yang digunakan sudah sesuai dengan kaidah penulisan yang baik.</p> |

| No. | Deskripsi Kegiatan |
|-----|--|
| 3. | <p>Kegiatan Penutup</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mintalah siswa untuk melakukan refleksi dan menuliskan hal penting dari yang dipelajarinya. • Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian. • Jika dipandang perlu, berilah siswa latihan untuk dikerjakan di rumah. |

Penilaian

1. Prosedur Penilaian

| No. | Aspek yang Dinilai | Teknik Penilaian | Waktu Penilaian |
|-----|--------------------------|------------------|---|
| 1. | Berani bertanya, | Pengamatan | Kegiatan Ayo Kita Amati dan Bertanya |
| 2. | Berpendapat | Pengamatan | Kegiatan Ayo Kita Mencoba dan Berbagi |
| 3. | Mau mendengar orang lain | Pengamatan | Kegiatan Ayo Kita Berbagi |
| 4. | Bekerjasama | Pengamatan | Kegiatan Ayo Kita Menggali Informasi dan Bernalar |
| 5 | Pengetahuan | Tes Tertulis | Kegiatan Penutup |

2. Instrumen Pengamatan Sikap

Rasa ingin tahu

- Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha untuk mencoba atau bertanya atau acuh tak acuh (tidak mau tau) dalam proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mencoba atau bertanya dalam proses pembelajaran, tetapi masih belum konsisten.
- Sangat baik, jika menunjukkan adanya usaha untuk mencoba atau bertanya dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Indikator perkembangan sikap TANGGUNG JAWAB (dalam kelompok)

- Kurang baik, jika menunjukkan sama sekali tidak ambil bagian dalam melaksanakan tugas kelompok.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha ambil bagian dalam melaksanakan tugas kelompok tetapi belum konsisten.
- Sangat baik, jika menunjukkan sudah ambil bagian dalam menyelesaikan tugas kelompok secara terus-menerus dan konsisten.

Berikan tanda checklis (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

| No. | Nama | Rasa Ingin Tahu | | | Tanggung Jawab | | |
|-----|------|-----------------|---|----|----------------|---|----|
| | | SB | B | KB | SB | B | KB |
| 1. | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | |
| 3. | | | | | | | |

| No. | Nama | Rasa Ingin Tahu | | | Tanggung Jawab | | |
|-----|------|-----------------|---|----|----------------|---|----|
| | | SB | B | KB | SB | B | KB |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| 29. | | | | | | | |
| 30. | | | | | | | |

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

3. Instrumen Penilaian

Petunjuk

- Kerjakan soal berikut secara individu, siswa tidak boleh menyontek dan tidak boleh bekerjasama.
- Jawablah pertanyaan/perintah di bawahnya.

Soal

- Seorang pedagang kain memperoleh keuntungan dari hasil penjualan setiap x potong kain sebesar $f(x)$ rupiah. Nilai keuntungan yang diperoleh mengikuti fungsi $f(x) = 100x + 500$, x merupakan banyak potong kain yang terjual.
 - Jika dalam suatu hari pedagang tersebut mampu menjual 100 potong kain, berapa keuntungan yang diperoleh?
 - Jika keuntungan yang diharapkan sebesar Rp500.000,00 berapa potong kain yang harus terjual?

- c) Jika A merupakan himpunan daerah asal (*domain*) fungsi $f(x)$ dan B merupakan himpunan daerah hasil (*range*) fungsi $f(x)$, gambarkanlah permasalahan butir (a) dan butir (b) di atas.
2. Tentukanlah fungsi invers dari fungsi-fungsi berikut jika ada.
- a) $f(x) = 2x^2 + 5$
- b) $g(x) = \frac{2x-1}{6}$
- c) $h(x) = \sqrt[3]{x^2 - 9}$
3. Diketahui f dan g suatu fungsi dengan rumus fungsi $f(x) = 3x + 4$ dan $g(x) = \frac{x-4}{3}$. Buktikanlah bahwa $f^{-1}(x) = g(x)$ dan $g^{-1}(x) = f(x)$.
4. Diketahui fungsi $f: R \rightarrow R$ dengan rumus fungsi $f(x) = x^2 - 4$. Tentukanlah daerah asal fungsi f agar fungsi f memiliki invers dan tentukan pula rumus fungsi inversnya untuk daerah asal yang memenuhi.

Pedoman Penilaian

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|-------------------------|-------------------|------|---------------|
| 1. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 2. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|-------------------------|-------------------|------|---------------|
| 3. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 4. | Keterampilan menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| | | Skor maksimal = | 100 | 100 |
| | | Skor minimal = | 0 | 0 |

F. Rangkuman

Berdasarkan uraian materi pada Bab 3 ini, ada beberapa kesimpulan yang dapat dinyatakan sebagai pengetahuan awal untuk mendalami dan melanjutkan bahasan berikutnya. Beberapa kesimpulan tersebut disajikan sebagai berikut.

- Jika f suatu fungsi dengan daerah asal D_f dan g suatu fungsi dengan daerah asal D_g , maka pada operasi aljabar penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dinyatakan sebagai berikut.
 - Jumlah f dan g ditulis $f + g$ didefinisikan sebagai $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$ dengan daerah asal $D_{f+g} = D_f \cap D_g$.
 - Selisih f dan g ditulis $f - g$ didefinisikan sebagai $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$ dengan daerah asal $D_{f-g} = D_f \cap D_g$.
 - Perkalian f dan g ditulis $f \times g$ didefinisikan sebagai $(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$ dengan daerah asal $D_{f \times g} = D_f \cap D_g$.

(4) Pembagian f dan g ditulis $\frac{f}{g}$ didefinisikan sebagai $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ dengan daerah asal $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$.

2. Jika f dan g fungsi dan $R_f \cap D_g \neq \emptyset$, maka terdapat suatu fungsi h dari himpunan bagian D_f ke himpunan bagian R_g yang disebut fungsi komposisi f dan g (ditulis: $g \circ f$) yang ditentukan dengan $h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x))$
3. Sifat komutatif pada operasi fungsi komposisi tidak memenuhi, yaitu $(g \circ f) \neq (f \circ g)$.
4. Diketahui f, g , dan h suatu fungsi. Jika $R_h \cap D_g \neq \emptyset$; \emptyset ; $R_g \cap D_f \neq \emptyset$; $R_h \cap D_{f \circ g} \neq \emptyset$, maka pada operasi komposisi fungsi berlaku sifat asosiatif, yaitu $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$.
5. Diketahui f fungsi dan I merupakan fungsi identitas. Jika $R_I \cap D_f \neq \emptyset$, maka terdapat sebuah fungsi identitas, yaitu $I(x) = x$, sehingga berlaku sifat identitas, yaitu $f \circ I = I \circ f = f$.
6. Jika fungsi f memetakan A ke B dan dinyatakan dalam pasangan terurut $f = \{(x, y) \mid x \in A \text{ dan } y \in B\}$, maka invers fungsi f (dilambangkan f^{-1}) memetakan B ke A , dalam pasangan terurut dinyatakan dengan $f^{-1} = \{(y, x) \mid y \in B \text{ dan } x \in A\}$.
7. Suatu fungsi $f: A \rightarrow B$ disebut memiliki fungsi invers $f^{-1}: B \rightarrow A$ jika dan hanya jika fungsi f merupakan fungsi yang bijektif.
8. Jika fungsi $f: D_f \rightarrow R_f$ adalah fungsi bijektif, maka invers dari fungsi f adalah fungsi f^{-1} yang didefinisikan sebagai $f^{-1}: R_f \rightarrow D_f$.
9. Jika f fungsi bijektif dan f^{-1} merupakan fungsi invers f , maka fungsi invers dari f^{-1} adalah fungsi f itu sendiri.
10. Jika f dan g fungsi bijektif, maka berlaku $(g \circ f)^{-1} = (f^{-1} \circ g^{-1})$.

Beberapa hal yang telah dirangkum di atas adalah modal dasar bagi siswa dalam belajar fungsi secara lebih mendalam pada jenjang pendidikan yang lebih tinggi. Konsep-konsep dasar di atas harus dipahami dengan baik karena akan membantu dalam pemecahan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

BAB 4

Trigonometri

Petunjuk Pembelajaran bagi Guru

A. Kompetensi Inti

| | |
|--------------------|--|
| Sikap | <ol style="list-style-type: none">1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.2. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan proaktif serta menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia. |
| Pengetahuan | <ol style="list-style-type: none">3. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, dan prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta |

| | |
|---------------------|--|
| | menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah. |
| Keterampilan | 4. Mengolah, menalar, dan menyajikan dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan. |

B. Kompetensi Dasar dan Indikator

Kompetensi Dasar untuk bab trigonometri ini mengacu pada KD yang telah ditetapkan. Guru tentu harus mampu merumuskan indikator pencapaian kompetensi dari kompetensi dasar. Berikut ini disajikan indikator pencapaian kompetensi untuk materi trigonometri.

| Kompetensi Dasar | Indikator Pencapaian Kompetensi |
|---|---------------------------------|
| 2.1 Menunjukkan sikap jujur, tertib dan mengikuti aturan, konsisten, disiplin waktu, ulet, cermat dan teliti, maju berkelanjutan, bertanggung jawab, berpikir logis, kritis, kreatif, dan analitis, serta memiliki rasa senang, motivasi internal, ingin tahu dan ketertarikan pada ilmu pengetahuan dan teknologi, sikap terbuka, percaya diri, kemampuan bekerja sama, toleransi, santun, objektif, dan menghargai. | |

| Kompetensi Dasar | Indikator Pencapaian Kompetensi |
|--|--|
| 3.6 Menjelaskan hubungan antara radian dan derajat sebagai satuan pengukuran sudut. | 3.6.1 Mendeskripsikan hubungan radian ke derajat. 3.6.2 Mendeskripsikan hubungan derajat ke radian. |
| 3.7 Menjelaskan rasio trigonometri (sinus, cosinus, tangen, cosecan, secan, dan cotangen) pada segitiga siku-siku. | 3.7.1 Menemukan konsep sinus pada suatu segitiga siku-siku. 3.7.2 Menemukan konsep cosinus pada suatu segitiga siku-siku. 3.7.3 Menemukan konsep tangen pada suatu segitiga siku-siku. 3.7.4 Menemukan konsep cosecan pada suatu segitiga siku-siku. 3.7.5 Menemukan konsep secan pada suatu segitiga siku-siku. 3.7.6 Menemukan konsep cotangen pada suatu segitiga siku-siku. |
| 3.8 Menggeneralisasi rasio trigonometri untuk sudut-sudut di berbagai kuadran dan sudut-sudut berelasi. | 3.8.1 Menemukan konsep perbandingan sudut di kuadran II, III, dan IV, terutama untuk sudut-sudut istimewa. 3.8.2 Menemukan konsep relasi antarsudut. |
| 3.9 Menjelaskan identitas dasar trigonometri sebagai hubungan antara rasio trigonometri dan perannya dalam membuktikan identitas trigonometri lainnya. | 3.9.1 Menemukan konsep identitas trigonometri. 3.9.2 Menggunakan identitas trigonometri untuk membuktikan identitas trigonometri lainnya. |

| Kompetensi Dasar | Indikator Pencapaian Kompetensi |
|--|--|
| 3.10 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus. | 3.10.1 Menemukan konsep aturan sinus. 3.10.2 Menemukan konsep aturan cosinus. |
| 3.11 Menjelaskan fungsi trigonometri dengan menggunakan lingkaran satuan. | 3.11.1 Menjelaskan konsep fungsi sinus. 3.11.2 Menjelaskan konsep fungsi cosinus. 3.11.3 Menjelaskan konsep fungsi tangen. |
| 4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pengukuran sudut dalam satuan radian atau derajat. | 4.6.1 Menggunakan konsep konversi sudut (radian ke derajat) dalam menyelesaikan masalah. 4.6.2 Menggunakan konsep konversi sudut (derajat ke radian) dalam menyelesaikan masalah. |
| 4.7 Menggunakan rasio trigonometri (sinus, cosinus, tangen, cosecan, secan, dan cotangen) pada segitiga siku-siku untuk menyelesaikan masalah kontekstual. | 4.7.1 Menggunakan konsep sinus dalam menyelesaikan masalah kontekstual. 4.7.2 Menggunakan konsep cosinus dalam menyelesaikan masalah kontekstual. 4.7.3 Menggunakan konsep tangen dalam menyelesaikan masalah kontekstual. 4.7.4 Menggunakan konsep cosecan dalam menyelesaikan masalah kontekstual. 4.7.5 Menggunakan konsep secan dalam menyelesaikan masalah kontekstual. |

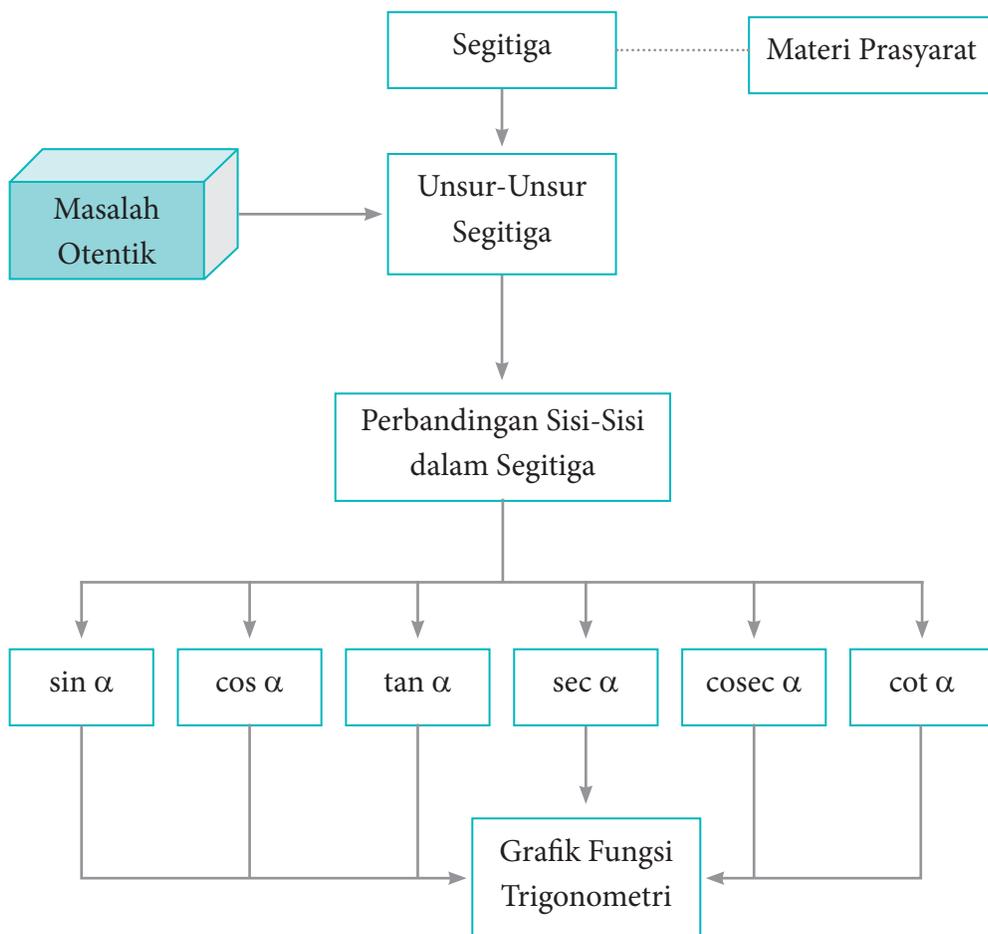
| Kompetensi Dasar | Indikator Pencapaian Kompetensi |
|--|---|
| | 4.7.6 Menggunakan konsep cotangen dalam menyelesaikan masalah kontekstual. |
| 4.8 Menggunakan rasio trigonometri sudut-sudut di berbagai kuadran dan sudut-sudut berelasi untuk menyelesaikan masalah. | 4.8.1 Menggunakan konsep perbandingan sudut di kuadran II, III, dan IV, terutama untuk sudut-sudut istimewa dalam menyelesaikan masalah. 4.8.2 Menggunakan konsep relasi antarsudut dalam menyelesaikan masalah. |
| 4.9 Menggunakan identitas dasar trigonometri untuk membuktikan identitas trigonometri lainnya. | 4.9.1 Menggunakan konsep identitas trigonometri dalam menyelesaikan masalah. 4.9.2 Menggunakan identitas trigonometri untuk membuktikan identitas trigonometri lainnya. |
| 4.10 Menggunakan aturan sinus dan cosinus untuk menyelesaikan masalah. | 4.10.1 Menggunakan konsep aturan sinus dalam menyelesaikan masalah. 4.10.2 Menggunakan konsep aturan cosinus dalam menyelesaikan masalah. |
| 4.11 Membuat sketsa grafik fungsi trigonometri. | 4.11.1 Menggambarkan grafik fungsi sinus. 4.11.2 Menggambarkan grafik fungsi cosinus. 4.11.3 Menggambarkan grafik fungsi tangen. |

C. Tujuan Pembelajaran

Melalui pengamatan, tanya jawab, penugasan individu dan kelompok, diskusi kelompok, dan penemuan (*discovery*) siswa dapat

1. menunjukkan sikap jujur, tertib, dan mengikuti aturan pada saat proses belajar berlangsung;
2. menunjukkan sikap cermat dan teliti dalam menyelesaikan masalah-masalah trigonometri;
3. mengkonversi ukuran sudut dari radian ke derajat atau sebaliknya;
4. menjelaskan konsep perbandingan sudut (sinus, cosinus, tangen, cosecan, secan, dan cotangen) pada suatu segitiga siku-siku;
5. menjelaskan konsep perbandingan sudut (sinus, cosinus, tangen, cosecan, secan, dan cotangen) pada kuadran II, III, dan IV;
6. menjelaskan konsep relasi antarsudut;
7. menjelaskan konsep identitas trigonometri serta mampu menggunakan identitas trigonometri tersebut untuk membuktikan identitas trigonometri lainnya;
8. menjelaskan aturan sinus dan aturan cosinus;
9. menjelaskan dan menggambarkan grafik fungsi trigonometri, terutama fungsi sinus, cosinus, dan tangen.

D. Diagram Alir



E. Materi Pembelajaran

Suatu proses pembelajaran akan berjalan dengan efektif jika guru sudah mengenali karakteristik peserta belajarnya. Adapun proses pembelajaran yang dirancang pada buku guru ini hanya pertimbangan bagi guru untuk merancang kegiatan belajar mengajar yang sesungguhnya. Oleh karena itu, diharapkan guru lebih giat dan kreatif lagi dalam mempersiapkan semua perangkat belajar mengajar.

Membelajarkan 4.1 dan 4.2

Ukuran Sudut dan Perbandingan Trigonometri pada Segitiga Siku-Siku

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Siswa diharapkan sudah membawa perlengkapan alat-alat tulis, seperti pulpen, pensil, penghapus, penggaris, kertas berpetak, dan lain-lain.
2. Bentuklah kelompok kecil sebanyak 2 – 3 orang siswa yang memungkinkan belajar secara efektif dan efisien.
3. Sediakan lembar kerja yang diperlukan siswa.
4. Sediakan kertas HVS secukupnya.

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| 1. | Kegiatan Pendahuluan Pada kegiatan pendahuluan guru <ol style="list-style-type: none">a) menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran;b) memberi motivasi belajar siswa secara kontekstual sesuai manfaat dan aplikasi konversi sudut dan perbandingan sudut dalam kehidupan sehari-hari, dengan memberikan contoh dan perbandingan lokal, nasional, dan internasional; |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| | <p>c) mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang mengaitkan pengetahuan sebelumnya dengan materi yang akan dipelajari, misalnya, bagaimana konsep dua segitiga dikatakan sebangun;</p> <p>d) menjelaskan tujuan pembelajaran atau kompetensi dasar yang akan dicapai;</p> <p>e) menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai silabus.</p> |
| 2. | <p>Kegiatan Inti</p> <p>Ayo kita mengamati</p> <p>a) Ajak siswa mengenal satuan ukuran sudut yaitu radian atau “rad dan derajat.”</p> <p>b) Arahkan untuk mencermati Sifat 4.1 dan 4.2.</p> <p>c) Koordinir siswa untuk menemukan istilah-istilah penting lainnya yang sering digunakan dalam kajian ukuran sudut. Misalnya, sudut positif, sudut standar (baku), dan sudut koterminal. Selain itu, siswa disarankan menghimpun informasi tentang pembagian sudut pada kuadran I, II, III, dan IV sedemikian sehingga siswa juga terampil menggambarkan ukuran sudut tersebut.</p> <p>d) Ajak siswa mengerti istilah sudut-sudut istimewa yang disajikan pada Tabel 4.1.</p> <p>e) Koordinir siswa untuk memahami Masalah 4.1 dan Masalah 4.2.</p> <p>Ayo kita menanya</p> <p>a) Ajak siswa untuk mengajukan pertanyaan, terutama pertanyaan-pertanyaan kritis terkait dengan Masalah 4.1 dan 4.2. Jika tidak satupun siswa mengajukan pertanyaan, guru harus mempersiapkan dan menanyakan pertanyaan terkait masalah tersebut.</p> |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| | <p>Ayo kita mengumpulkan informasi</p> <p>a) Meminta siswa mengumpulkan semua informasi yang ditemukan pada Masalah 4.1 dan 4.2.</p> <p>b) Jika tidak ada siswa yang mengingat konsep perbandingan, guru diharuskan mengingatkan kembali konsep tersebut untuk menalar semua informasi yang disajikan pada Gambar 4.7 dan 4.12.</p> <p>Ayo kita mengasosiasi</p> <p>a) Meminta siswa mendeskripsikan semua informasi yang ditemukan dan menyajikannya menjadi Gambar 4.7 dan Gambar 4.12.</p> <p>b) Arahkan siswa menerapkan konsep yang ada pada penyelesaian Masalah 4.1 dan 4.2, dalam menyelesaikan Contoh 4.3, 4.4, 4.5, dan 4.6.</p> <p>c) Bersama dengan siswa menjelaskan dan memperkenalkan istilah sinus, cosinus, tangen, cosecan, secan, dan cotangen sebagai perbandingan sis-sisi pada suatu segitiga siku-siku.</p> |
| 3. | <p>Kegiatan Penutup</p> <p>Ayo kita mengkomunikasikan</p> <p>a) Bersama dengan siswa menyimpulkan konsep perbandingan sudut pada suatu segitiga siku-siku.</p> <p>b) Guru menyampaikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikut.</p> <p>c) Guru memberikan penugasan kepada siswa dengan mengerjakan Soal Uji Kompetensi 4.1 nomor 6, 7, dan 10 serta soal Uji Kompetensi 4.2 nomor 3 dan 6.</p> |

Penilaian

1. Prosedur Penilaian Sikap

| No. | Aspek yang Dinilai | Teknik Penilaian | Waktu Penilaian |
|-----|--------------------|------------------|-----------------|
| 1. | Berpikir Logis | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 2. | Kritis | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 3. | Ingin Tahu | Pengamatan | Kegiatan inti |

2. Instrumen Penilaian Sikap

Berpikir Logis

- Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik, jika mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Kritis

- Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik, jika mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Ingin Tahu

- Kurang baik, jika sama sekali tidak menunjukkan sikap ingin tahu melalui bertanya kepada guru atau teman selama proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sikap ingin tahu melalui bertanya kepada guru atau teman selama proses pembelajaran.
- Sangat baik, jika menunjukkan sikap ingin tahu melalui bertanya kepada guru atau teman selama proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Berikan tanda checklis (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

| No. | Nama | Rasa Ingin Tahu | | | Tanggung Jawab | | |
|-----|------|-----------------|---|----|----------------|---|----|
| | | SB | B | KB | SB | B | KB |
| 1. | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | |
| 3. | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| 29. | | | | | | | |
| 30. | | | | | | | |

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

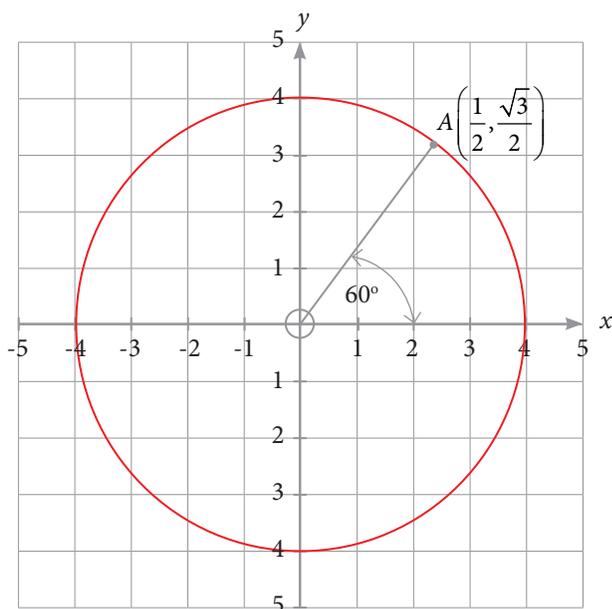
3. Instrumen Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

Petunjuk

- Kerjakan soal berikut secara individu, siswa tidak diperbolehkan kan menyontek dan bekerja sama.
- Kemudian jawablah pertanyaan/perintah di bawahnya.

Soal

- Diketahui besar sudut α kurang dari 90° dan besar sudut θ lebih dari atau sama dengan 90° dan kurang dari 180° . Analisis kebenaran setiap pernyataan berikut ini.
 - $2\alpha \geq 90^\circ$
 - $\theta - \alpha \geq 30^\circ$
 - $2\alpha + \frac{1}{2}\theta \geq 90^\circ$
 - Tidak ada nilai α dan θ yang memenuhi persamaan $2\theta - 2\alpha = \theta + \alpha$
- Perhatikan gambar di bawah ini.



Selidiki dan tentukan koordinat titik jika dirotasi sejauh

- 90°
 - 180°
 - 270°
 - 260°
- Luas segitiga siku-siku RST , dengan sisi tegak RS adalah 20 cm^2 . Tentukanlah nilai sinus, cosinus, dan tangen untuk sudut lancip T .
 - Diketahui $\sin x + \cos x = 3$ dan $\tan x = 1$, tentukanlah nilai $\sin x$ dan $\cos x$.

4. Pedoman Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|-----------------------------|-------------------|------|---------------|
| 1. | Ketelitian dalam menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 2. | Keterampilan menggambarkan | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 3. | Ketelitian menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|---|-------------------|------|---------------|
| 4. | Ketelitian menghitung dan keterampilan menggunakan konsep | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| | | Skor maksimal = | 100 | 100 |
| | | Skor minimal = | 0 | 0 |

Membelajarkan 4.3

Nilai Perbandingan Trigonometri untuk 0° , 30° , 45° , 60° , dan 90°

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Bentuklah kelompok kecil sebanyak 4 – 5 orang siswa yang memungkinkan belajar secara efektif.
2. Identifikasi siswa yang biasanya agak sulit membuat pertanyaan.
3. Identifikasi pula bentuk bantuan yang perlu diberikan agar siswa akhirnya produktif membuat pertanyaan.
4. Sediakan tabel yang diperlukan bagi siswa untuk mengisikan hasil kerjanya.
5. Sediakan kertas HVS secukupnya.
6. Mungkin perlu diberikan contoh kritik, komentar, saran, atau pertanyaan terhadap suatu karya agar siswa dapat meniru dan mengembangkan lebih jauh sesuai dengan materinya.

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|---|
| 1. | <p>Kegiatan Pendahuluan</p> <p>Pada kegiatan pendahuluan guru</p> <ol style="list-style-type: none"> a) menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran; b) memberi motivasi belajar siswa secara kontekstual sesuai manfaat dan aplikasi trigonometri khususnya perbandingan sudut untuk dan dalam kehidupan sehari-hari, dengan memberikan contoh dan perbandingan lokal, nasional, dan internasional; c) mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang mengaitkan pengetahuan sebelumnya dengan materi yang akan dipelajari, misalnya, bagaimana menuliskan perbandingan sudut pada suatu segitiga siku-siku; d) menjelaskan tujuan pembelajaran atau kompetensi dasar yang akan dicapai; e) menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai silabus. |
| 2. | <p>Kegiatan Inti</p> <p>Ayo kita mengamati</p> <p>Arahkan siswa untuk mencermati Masalah 4.3, 4.4, dan 4.5 (melalui kelompok belajar).</p> <p>Ayo kita menanya</p> <p>Siswa diberi ransangan untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan terkait Masalah 4.3, 4.4 dan 4.5. Jika tidak ada siswa yang mengajukan pertanyaan, guru harus mengajukan pertanyaan kepada siswa untuk memastikan pemahaman siswa.</p> |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| | <p>Ayo kita mengumpulkan informasi</p> <p>Arahkan siswa dapat menempatkan seluruh informasi yang ditemukan pada masalah-masalah tersebut sesuai dengan gambar yang tepat.</p> <p>Ayo kita mengasosiasi</p> <ol style="list-style-type: none"> Ajak siswa menghitung 6 macam nilai perbandingan trigonometri dengan tepat dari gambar yang diperoleh. Pada saat menentukan nilai perbandingan trigonometri untuk ukuran sudut, guru memberikan penjelasan dalam penempatan sudut pada suatu segitiga siku-siku. Seperti yang disajikan pada Gambar 4.17 dan 4.18. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengajukan ide-ide kritis yang mungkin muncul setelah mendalami penyelesaian masalah-masalah tersebut. Arahkan siswa untuk menyelesaikan Contoh 4.7 dan 4.8 tanpa melihat alternatif penyelesaian yang disajikan pada Buku Siswa. |
| 3. | <p>Kegiatan Penutup</p> <p>Ayo kita menyimpulkan</p> <ol style="list-style-type: none"> Bersama siswa, guru menyimpulkan nilai perbandingan sudut istimewa pada kuadran I seperti yang disajikan pada Tabel 4.2. Menginformasikan materi selanjutnya, yaitu bagaimana menentukan relasi sudut antarkuadran. Memberikan penugasan kepada siswa, yaitu mengerjakan soal Uji Kompetensi 4.3 nomor 1 hingga nomor 4. |

Penilaian

1. Prosedur Penilaian Sikap

| No. | Aspek yang Dinilai | Teknik Penilaian | Waktu Penilaian |
|-----|--------------------|------------------|-----------------|
| 1. | Berpikir Logis | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 2. | Kritis | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 3. | Analitis | Pengamatan | Kegiatan inti |

2. Instrumen Penilaian Sikap

Berpikir Logis

- Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik, jika mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Kritis

- Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik, jika mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Analitis

- Kurang baik, jika sama sekali tidak mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- Sangat baik, jika mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran secara terus-menerus dan ajeg/konsisten.

Berikan tanda checklis (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

| No. | Nama | Rasa Ingin Tahu | | | Tanggung Jawab | | |
|-----|------|-----------------|---|----|----------------|---|----|
| | | SB | B | KB | SB | B | KB |
| 1. | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | |
| 3. | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| 29. | | | | | | | |
| 30. | | | | | | | |

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

3. Instrumen Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

Petunjuk

- Kerjakan soal berikut secara individu, tidak boleh menyontek dan tidak boleh bekerja sama.
- Pilihlah jawaban soal kemudian jawablah pertanyaan/perintah di bawahnya.

Soal:

- Jika $\sin x = a$ dan $\cos y = b$ dengan $0 < x < \frac{\pi}{2}$, dan $\frac{\pi}{2} < y < \pi$, maka hitung $\tan x + \tan y$. (UMPTN 98)
- Manakah pernyataan yang bernilai benar, untuk setiap pernyataan di bawah ini.
 - $\sin(A + B) = \sin A + \sin B$
 - Nilai $\sin \theta$ akan bergerak naik pada saat nilai θ juga menaik
 - Nilai $\cos \theta$ akan bergerak naik pada saat nilai θ menurun
 - $\sin \theta = \cos \theta$, untuk setiap nilai $\theta = 0^\circ$
 - Nilai $\cot \theta$ tidak terdefinisi, pada saat $\theta = 0^\circ$
- Jika $\frac{(\tan \beta)^2}{1 + \sec \beta}$, dimana $0^\circ < \beta < 90^\circ$ hitunglah nilai β .
- Pada suatu segitiga ABC , diketahui $a + b = 10$, $\angle A = 30^\circ$, dan $\angle B = 45^\circ$. Hitunglah b .
(Petunjuk: Misalkan panjang sisi di depan $\angle A = a$, di depan $\angle B = b$, dan $\angle C = c$).

4. Pedoman Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|--|-------------------|------|---------------|
| 1. | Ketelitian dalam menghitung dan keterampilan dalam memahami gambar | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 2. | Ketelitian dalam menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 3. | Ketelitian menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 4. | Ketelitian menghitung dan keterampilan menggunakan konsep | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| | | Skor maksimal = | 100 | 100 |
| | | Skor minimal = | 0 | 0 |

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Bentuklah kelompok kecil sebanyak 4 – 5 orang siswa yang memungkinkan belajar secara efektif.
2. Identifikasi siswa yang biasanya agak sulit membuat pertanyaan.
3. Identifikasi pula bentuk bantuan yang perlu diberikan agar siswa akhirnya produktif membuat pertanyaan.
4. Sediakan kertas kerja berisi gambar lingkaran pada koordinat kartesius.
5. Sediakan jangka atau busur sebagai penentu besar ukuran sudut.
6. Kritik, komentar, saran, atau pertanyaan terhadap suatu karya agar siswa dapat meniru dan mengembangkan lebih jauh sesuai dengan materinya.

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| 1. | <p>Kegiatan Pendahuluan</p> <p>Pada kegiatan pendahuluan guru:</p> <ol style="list-style-type: none">a) menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran;b) memberi motivasi belajar siswa secara kontekstual sesuai manfaat dan aplikasi relasi sudut dalam kehidupan sehari-hari, dengan memberikan contoh dan perbandingan lokal, nasional, dan internasional;c) mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang mengaitkan pengetahuan sebelumnya dengan materi yang akan dipelajari, misalnya bagaimana menempatkan sudut pada bentuk kuadran;d) menjelaskan tujuan pembelajaran atau kompetensi dasar yang akan dicapai;e) menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai silabus. |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| 2. | <p>Kegiatan Inti</p> <p>Ayo kita mengamati</p> <p>Koordinasikan siswa dalam kelompok belajar yang efektif dan heterogen untuk mencermati Masalah 4.6, 4.7, 4.8, dan 4.9.</p> <p>Ayo kita menanya</p> <p>Memotivasi siswa untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan terkait Masalah 4.6, 4.7, 4.8 dan 4.9. Jika tidak ada siswa yang mengajukan pertanyaan, guru harus mengajukan pertanyaan kepada siswa untuk memastikan pemahaman siswa.</p> <p>Ayo mengumpulkan informasi</p> <ol style="list-style-type: none"> Sebagai umpan balik dari pemahaman siswa, siswa dapat menempatkan seluruh informasi yang ditemukan pada masalah-masalah tersebut sesuai dengan gambar yang tepat. Pada kertas kerja yang disediakan, siswa diberi petunjuk untuk menempatkan titik atau segitiga siku-siku setelah diputar pada O sejauh 90°, 180°, 270°, dan 360°. <p>Ayo kita mengasosiasi</p> <ol style="list-style-type: none"> Dari setiap gambar yang disajikan, siswa dapat menemukan dan menghitung 6 macam nilai perbandingan trigonometri dengan tepat sedemikian sehingga diperoleh nilai perbandingan trigonometri dan relasi sudut antarkuadran. Beri kesempatan untuk siswa menyelesaikan Contoh 4.8, 4.9, dan 4.10 tanpa melihat alternatif penyelesaian yang sudah ada. Selain itu, guru diperbolehkan menambah referensi soal/masalah kepada siswa. Beri kesempatan kepada siswa jika siswa memiliki penjelasan dan pemahaman terkait relasi sudut. |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|---|
| 3. | <p>Kegiatan Penutup</p> <p>Ayo kita mengkomunikasikan</p> <p>a) Bersama dengan siswa menyimpulkan relasi sudut antarsudut di kuadran I, II, III, dan IV.</p> <p>b) Menginformasikan materi selanjutnya, yaitu konsep apa saja yang dapat diturunkan dari konsep perbandingan sudut yang telah ditemukan pada Subbab 4.2.</p> <p>c) Memberikan penugasan kepada siswa, yaitu mengerjakan soal Uji Kompetensi 4.4 nomor 1 hingga nomor 3.</p> |

Penilaian

1. Prosedur Penilaian Sikap

| No. | Aspek yang Dinilai | Teknik Penilaian | Waktu Penilaian |
|-----|--------------------|------------------|-----------------|
| 1. | Berpikir Logis | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 2. | Kritis | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 3. | Analitis | Pengamatan | Kegiatan inti |

2. Instrumen Penilaian Sikap

Berpikir Logis

- Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik, jika mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Kritis

- Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik, jika mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Analitis

- Kurang baik, jika sama sekali tidak mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- Sangat baik, jika mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Berikan tanda checklis (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

| No. | Nama | Rasa Ingin Tahu | | | Tanggung Jawab | | |
|-----|------|-----------------|---|----|----------------|---|----|
| | | SB | B | KB | SB | B | KB |
| 1. | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | |

| No. | Nama | Rasa Ingin Tahu | | | Tanggung Jawab | | |
|-----|------|-----------------|---|----|----------------|---|----|
| | | SB | B | KB | SB | B | KB |
| 3. | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| 29. | | | | | | | |
| 30. | | | | | | | |

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

3. Instrumen Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

Petunjuk

- a. Kerjakan soal berikut secara individu, siswa tidak diperbolehkan menyontek dan bekerja sama.
- b. Kemudian jawablah pertanyaan/perintah di bawahnya.

Soal

1. Periksalah kebenaran setiap pernyataan berikut. Berikan alasan untuk setiap jawabanmu.
 - a. $\sec x$ dan $\sin x$ selalu memiliki nilai tanda yang sama di keempat kuadran.

- b. Di kuadran I, nilai perbandingan sinus selalu lebih dari nilai perbandingan cosinus.
- c. Untuk $30^\circ < x < 90^\circ$ dan $120^\circ < y < 150^\circ$, maka nilai $2 \sin x < \cos 2y$.
2. Diberikan $\tan \theta = -\frac{8}{15}$ dengan $\sin \theta > 0$, tentukanlah
- $\cos \theta$
 - $\csc \theta$
 - $\sin \theta \times \cos \theta + \cos \theta + \sin \theta$
 - $\frac{\csc \theta}{\cot \theta}$

4. Pedoman Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|---|-------------------|------|---------------|
| 1. | Ketelitian dalam menghitung | Benar | 50 | 50 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 2. | Ketelitian dalam menghitung dan keterampilan menggunakan konsep yang ada. | Benar | 50 | 50 |
| | | Salah | 10 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| | | Skor maksimal = | 100 | 100 |
| | | Skor minimal = | 0 | 0 |

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Bentuklah kelompok sebanyak 4 – 5 orang siswa yang memungkinkan belajar secara efektif.
2. Identifikasi siswa yang biasanya agak sulit membuat pertanyaan.
3. Identifikasi pula bentuk bantuan yang perlu diberikan agar siswa akhirnya produktif membuat pertanyaan.
4. Kritik, komentar, saran, atau pertanyaan terhadap suatu karya agar siswa dapat meniru dan mengembangkan lebih jauh sesuai dengan materinya.

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|---|
| 1. | <p>Kegiatan Pendahuluan</p> <p>Pada kegiatan pendahuluan guru</p> <ol style="list-style-type: none">a) menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran;b) memberi motivasi belajar siswa secara kontekstual sesuai manfaat dan aplikasi identitas trigonometri dalam kehidupan sehari-hari, dengan memberikan contoh dan perbandingan lokal, nasional, dan internasional;c) mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang mengaitkan pengetahuan sebelumnya dengan materi yang akan dipelajari, misalnya, apa perbedaan $(\sin 30^\circ)^2$ dengan $\sin^2 30^\circ$;d) menjelaskan tujuan pembelajaran atau kompetensi dasar yang akan dicapai;e) menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai silabus. |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| | f) Sesuai dengan banyak masalah yang akan dicermati, siswa dikordinasikan dalam kelompok belajar yang efektif dan heterogen. |
| 2. | <p>Kegiatan Inti</p> <p>Ayo kita mengamati</p> <p>a) Arahkan untuk mencermati Masalah 4.10 dan 4.11.</p> <p>b) Pada Masalah 4.10, guru memberi penjelasan bahwa akan diselidiki apa saja yang akan diperoleh dengan modifikasi perbandingan sudut trigonometri.</p> <p>c) Pada Masalah 4.11 guru memberi penjelasan bahwa dengan garis tinggi segitiga, dapat diperoleh hubungan perbandingan sudut.</p> <p>Ayo kita menanya</p> <p>a) Memotivasi siswa untuk mengajukan pertanyaan kritis atau ide-ide kreatif.</p> <p>b) Jika tidak satupun siswa tidak mengajukan pertanyaan, ajukan pertanyaan kepada siswa untuk mengarahkan siswa mencermati masalah-masalah lebih dalam.</p> <p>Ayo kita mengumpulkan informasi</p> <p>Organisir siswa untuk berdiskusi dalam kelompok belajar, dalam mengumpulkan data atau informasi yang ditemukan pada Masalah 4.10 dan 4.11.</p> <p>Ayo kita mengasosiasi</p> <p>a) Arahkan siswa untuk melakukan modifikasi aljabar dari perbandingan trigonometri yang diperoleh pada suatu segitiga siku-siku dalam menemukan identitas trigonometri dan penurunannya.</p> |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> b) Guru menginformasikan letak ketiga garis tinggi pada suatu segitiga (sembarang). c) Untuk Masalah 4.11, guru mengarahkan bahwa untuk setiap garis tinggi untuk siswa menemukan hubungan perbandingan dua atau tiga segitiga yang sebangun. d) Guru mengajak siswa untuk menerapkan Teorema Pythagoras aturan Cosinus. e) Guru memastikan siswa memahami konsep identitas trigonometri, aturan sinus, dan aturan cosinus dengan mengajukan pertanyaan-pertanyaan. Misalnya, pada saat kondisi bagaimana (apakah yang harus diketahui pada suatu segitiga) supaya dapat menggunakan aturan sinus atau cosinus. f) Arahkan siswa untuk mengerjakan Contoh 4.11, 4.12, 4.13, dan 4.14 tanpa melihat alternatif penyelesaian yang disediakan. Guru juga dapat mengajukan masalah-masalah atau soal-soal yang lebih menarik untuk dikerjakan siswa. |
| 3. | <p>Kegiatan Penutup</p> <p>Ayo kita mengomunikasikan</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Guru bersama dengan siswa menarik kesimpulan tentang identitas trigonometri, aturan sinus, dan aturan cosinus. b) Guru menginformasikan kepada siswa tentang keberlanjutan identitas trigonometri, aturan sinus, dan aturan cosinus untuk materi-materi lainnya. c) Memberikan penugasan kepada siswa, yaitu mengerjakan soal Uji Kompetensi 4.4 nomor 6 -7 dan Uji Kompetensi 4.5 nomor 1 dan 3. |

Penilaian

1. Prosedur Penilaian Sikap

| No. | Aspek yang Dinilai | Teknik Penilaian | Waktu Penilaian |
|-----|--------------------|------------------|-----------------|
| 1. | Kreatif | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 2. | Kritis | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 3. | Analitis | Pengamatan | Kegiatan inti |

2. Instrumen Penilaian Sikap

Kreatif

- Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide kreatif dalam proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha mengajukan ide-ide kreatif dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik, mengajukan ide-ide kreatif dalam proses pembelajaran jika secara terus-menerus dan konsisten.

Kritis

- Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik, jika mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Analitis

- a. Kurang baik, jika sama sekali tidak mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- b. Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- c. Sangat baik, jika mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran. secara terus-menerus dan konsisten.

Berikan tanda checklis (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

| No. | Nama | Rasa Ingin Tahu | | | Tanggung Jawab | | |
|-----|------|-----------------|---|----|----------------|---|----|
| | | SB | B | KB | SB | B | KB |
| 1. | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | |
| 3. | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| 29. | | | | | | | |
| 30. | | | | | | | |

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

3. Instrumen Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

Petunjuk:

- Kerjakan soal berikut secara individu, siswa tidak diperbolehkan menyontek dan bekerja sama.
- Kemudian jawablah pertanyaan/perintah di bawahnya.

Soal:

- Diberikan fungsi $f(x) = \sin(x + 90^\circ)$, untuk setiap $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. Untuk semua sudut-sudut istimewa, tentukanlah nilai fungsi.
- Sederhanakanlah bentuk persamaan berikut ini.
 - $\cos x \cdot \csc x \cdot \tan x$
 - $\cos x \cdot \cot x + \sin x$
 - $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{\sin x}{1 - \cos x}$
 - $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$
- Diketahui segitiga ABC , dengan $AB = 20$ cm, $AC = 30$ cm, dan $\angle B = 140^\circ$. Hitung panjang BC dan $\angle A$.
- Di bawah ini diketahui panjang sisi-sisi segitiga PQR . Hitung nilai sinus dan tangen untuk setiap sudutnya.
 - $p = 10$, $q = 14$, dan $r = 20$
 - $p = 11$, $q = 15$, dan $r = 21$
 - $p = 8$, $q = 12$, dan $r = 17$
 - $p = 8$, $q = 12$, dan $r = 17$

4. Pedoman Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|--|-------------------|------|---------------|
| 1. | Ketelitian dalam menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 2. | Ketelitian dalam menghitung dan keterampilan menggunakan konsep yang ada | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 3. | Ketelitian dalam menghitung dan keterampilan menggunakan konsep yang ada | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 4. | Ketelitian dalam menghitung dan keterampilan menggunakan konsep yang ada | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| | | Skor maksimal = | 100 | 100 |
| | | Skor minimal = | 0 | 0 |

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Bentuklah kelompok sebanyak 4 – 5 orang siswa yang memungkinkan belajar secara efektif.
2. Identifikasi siswa yang biasanya agak sulit membuat pertanyaan.
3. Identifikasi pula bentuk bantuan apa yang perlu diberikan agar siswa akhirnya produktif membuat pertanyaan.
4. Kritik, komentar, saran, atau pertanyaan terhadap suatu karya agar siswa dapat meniru dan mengembangkan lebih jauh sesuai dengan materinya.
5. Sediakan kertas berpetak untuk keperluan menggambarkan grafik fungsi trigonometri.

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|---|
| 1. | Kegiatan Pendahuluan Pada kegiatan pendahuluan guru <ol style="list-style-type: none">a) menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran;b) memberi motivasi belajar siswa secara kontekstual sesuai manfaat dan aplikasi grafik fungsi trigonometri dalam kehidupan sehari-hari, dengan memberikan contoh dan perbandingan lokal, nasional, dan internasional;c) mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang mengaitkan pengetahuan sebelumnya dengan materi yang akan dipelajari, jika dinyatakan fungsi $f(x) = \sin x$, x dalam derajat, tentukanlah D_f;d) menjelaskan tujuan pembelajaran atau kompetensi dasar yang akan dicapai; |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|---|
| | <p>e) menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai silabus;</p> <p>f) sesuai dengan banyak masalah yang akan dicermati, siswa dikoordinasikan dalam kelompok belajar yang efektif dan heterogen.</p> |
| 2. | <p>Kegiatan Inti</p> <p>Ayo kita mengamati</p> <p>a) Arahkan untuk mencermati Masalah 4.12 dan 4.13.</p> <p>b) Guru mengarahkan siswa untuk menerapkan konsep fungsi dalam menunjukkan bahwa fungsi $f(x) = \sin x$, x dalam derajat, dalam menentukan pasangan titik-titik yang dilalui fungsi $f(x) = \sin x$.</p> <p>Ayo kita menanya</p> <p>Arahkan siswa mengajukan pertanyaan-pertanyaan untuk setiap Masalah 4.12 dan 4.13.</p> <p>Ayo kita mengumpulkan informasi</p> <p>a) Guru mengkoordinir siswa untuk menemukan pasangan titik-titik yang dilalui fungsi $f(x) = \cos x$ dan $f(x) = \tan x$.</p> <p>b) Dengan kertas berpetak atau sejenisnya, siswa diarahkan untuk menempatkan pasangan titik-titik yang dilalui setiap fungsi trigonometri (sinus, cosinus, dan tangen).</p> <p>Ayo kita mengasosiasi</p> <p>a) Guru meminta siswa untuk menemukan berbagai penjelasan informasi yang disajikan pada Gambar 4.47 hingga 4.50.</p> <p>b) Guru menjelaskan istilah-istilah yang dikenakan pada konsep gelombang, termasuk pada grafik trigonometri. Misalnya, amplitudo dan periode gelombang.</p> |

| No. | Petunjuk Kegiatan Pembelajaran |
|-----|---|
| | <p>c) Guru mengkoordinir siswa untuk bekerja kelompok menyelesaikan masalah yang ada pada pertanyaan kritis. Setiap hasil diperoleh harus difasilitasi untuk didiskusikan.</p> <p>d) Jika memungkinkan, guru memperkenalkan software untuk menggambarkan grafik fungsi trigonometri.</p> <p>e) Arahkan siswa untuk menyimpulkan ciri-ciri masing-masing grafik fungsi sinus, fungsi cosinus, dan tangen.</p> |
| 3. | <p>Kegiatan Penutup</p> <p>Ayo kita mengomunikasikan</p> <p>a) Guru bersama siswa menarik kesimpulan tentang grafik fungsi trigometri.</p> <p>b) Guru menginformasikan kepada siswa tentang keberlanjutan identitas trigonometri, aturan sinus, dan aturan cosinus untuk materi-materi lainnya.</p> <p>c) Memberikan penugasan kepada siswa, yaitu mengerjakan soal Uji Kompetensi 4.4 nomor 6 -7 dan Uji Kompetensi 4.5 nomor 1 dan 3.</p> |

Penilaian

1. Prosedur Penilaian Sikap

| No. | Aspek yang Dinilai | Teknik Penilaian | Waktu Penilaian |
|-----|--------------------|------------------|-----------------|
| 1. | Kreatif | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 2. | Kritis | Pengamatan | Kegiatan inti |
| 3. | Analitis | Pengamatan | Kegiatan inti |

2. Instrumen Penilaian Sikap

Kreatif

- a. Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide kreatif dalam proses pembelajaran.
- b. Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha mengajukan ide-ide kreatif dalam proses pembelajaran.
- c. Sangat baik, mengajukan ide-ide kreatif dalam proses pembelajaran jika secara terus-menerus dan konsisten.

Kritis

- a. Kurang baik, jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- b. Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- c. Sangat baik, jika mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Analitis

- a. Kurang baik, jika sama sekali tidak mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- b. Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- c. Sangat baik, jika mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran. secara terus-menerus dan konsisten.

Berikan tanda checklis (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

| No. | Nama | Rasa Ingin Tahu | | | Tanggung Jawab | | |
|-----|------|-----------------|---|----|----------------|---|----|
| | | SB | B | KB | SB | B | KB |
| 1. | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | |
| 3. | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |
| 29. | | | | | | | |
| 30. | | | | | | | |

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

3. Instrumen Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

Petunjuk

- a. Kerjakan soal berikut secara individu, siswa tidak diperbolehkan menyontek dan bekerja sama.
- b. Kemudian jawablah pertanyaan/perintah di bawahnya.

Soal

- Diberikan fungsi $f(x) = \sin(x + 90^\circ)$, untuk setiap $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. Untuk semua sudut-sudut istimewa, tentukanlah nilai fungsi.
- Sederhanakanlah bentuk persamaan berikut ini.
 - $\cos x \cdot \csc x \cdot \tan x$
 - $\cos x \cdot \cot x + \sin x$
 - $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{\sin x}{1 - \cos x}$
 - $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$
- Diketahui segitiga ABC , dengan $AB = 20$ cm, $AC = 30$ cm, dan $\angle B = 140^\circ$. Hitung panjang BC dan $\angle A$.
- Di bawah ini, diketahui panjang sisi-sisi segitiga PQR . Hitung nilai sinus dan tangen untuk setiap sudutnya.
 - $p = 10$, $q = 14$, dan $r = 20$
 - $p = 11$, $q = 15$, dan $r = 21$
 - $p = 8$, $q = 12$, dan $r = 17$
 - $p = 8$, $q = 12$, dan $r = 17$

4. Pedoman Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|-----------------------------|-------------------|------|---------------|
| 1. | Ketelitian dalam menghitung | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |

| No. Soal | Aspek Penilaian | Rubrik Penilaian | Skor | Skor Maksimal |
|----------|--|-------------------|------|---------------|
| 2. | Keterampilan menggunakan konsep yang ada | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 3. | Ketelitian dalam menghitung dan keterampilan menggunakan konsep yang ada | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| 4. | Ketelitian dalam menghitung dan keterampilan menggunakan konsep yang ada | Benar | 25 | 25 |
| | | Salah | 5 | |
| | | Tidak ada jawaban | 0 | |
| | | Skor maksimal = | 100 | 100 |
| | | Skor minimal = | 0 | 0 |

F. Pengayaan

Pengayaan merupakan kegiatan yang diberikan kepada siswa yang memiliki akselerasi pencapaian KD yang cepat (nilai maksimal) agar potensinya berkembang optimal dengan memanfaatkan sisa waktu yang dimilikinya. Guru sebaiknya merancang kegiatan pembelajaran lanjut yang terkait dengan trigonometri.

G. Remedial

Pembelajaran remedial pada hakikatnya adalah pemberian bantuan bagi peserta didik yang mengalami kesulitan atau kelambatan belajar. Pembelajaran remedial adalah tindakan perbaikan pembelajaran yang diberikan kepada peserta didik yang belum mencapai kompetensi minimalnya dalam satu kompetensi dasar tertentu.

Perlu dipahami oleh guru bahwa remedial bukan mengulang tes (ulangan harian) dengan materi yang sama, tetapi guru memberikan perbaikan pembelajaran pada KD yang belum dikuasai oleh peserta didik melalui upaya tertentu. Setelah perbaikan pembelajaran dilakukan, guru melakukan tes untuk mengetahui apakah peserta didik telah memenuhi kompetensi minimal dari KD yang diremedialkan.

H. Kegiatan Proyek

Sehubungan dengan kegiatan proyek pada buku siswa, maka hal-hal yang perlu dilakukan oleh guru adalah sebagai berikut.

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Bentuklah siswa dalam beberapa kelompok untuk membagi tugas dalam menjalankan tugasnya.
2. Guru membimbing siswa dalam menyusun langkah-langkah pelaksanaan proyek.
3. Selain itu, guru harus merancang bagaimana penilaian proyek hasil kerja siswa.

Soal Proyek

Himpunlah informasi penerapan grafika fungsi trigonometri dalam bidang fisika dan teknik elektro serta permasalahan di sekitarmu. Buatlah analisis sifat-sifat grafik sinus, cosinus, dan tangen dalam permasalahan tersebut.

Buatlah laporanmu dan sajikan di depan kelas.

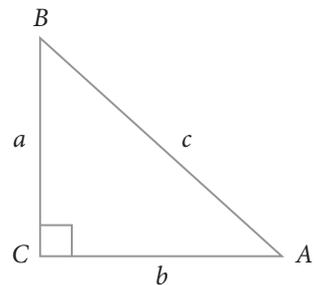
I. Rangkuman

Guru mengarahkan siswa untuk menyusun rangkuman pada pembelajaran trigonometri. Guru memberikan bantuan untuk mengarahkan siswa merangkum hal-hal penting dengan benar melalui mengajukan pertanyaan-pertanyaan. Misalnya sebagai berikut.

1. Pada suatu segitiga siku-siku, coba tuliskan hubungan setiap panjang sisi-sisinya.
2. Bagaimana merumuskan perbandingan trigonometri (sinus, cosinus, tangen, cosecan, secan, dan cotangen) pada suatu segitiga siku-siku?
3. Pada kuadran berapa nilai perbandingan sinus selalu positif? Negatif? Bagaimana dengan nilai perbandingan lainnya?
4. Bagaimana membedakan aturan sinus dan aturan cosinus?
5. Untuk $f(x) = \sin x$, untuk setiap $x \in D_f$, hitunglah nilai maksimum dan nilai minimum fungsi sinus. Bagaimana dengan fungsi cosinus dan tangen?

Guru mengarahkan siswa, untuk menyimpulkan seperti yang disajikan pada bagian rangkuman ini. Jika siswa menemukan banyak hal yang lebih dari penutup tersebut lebih baik yang mengarah seperti berikut.

1. Pada segitiga siku-siku ABC berlaku jumlah kuadrat sisi siku-siku sama dengan kuadrat sisi hypotenusanya atau secara simbolik ditulis $a^2 + b^2 = c^2$ dengan c merupakan panjang sisi miring dan a serta b panjang sisi-sisi yang lain dari segitiga siku-siku tersebut.



2. Pada gambar segitiga siku-siku ABC dengan sudut siku-siku berada di C , maka berlaku perbandingan trigonometri berikut.

- a. $\sin \angle A = \frac{a}{c}$
- b. $\cos \angle A = \frac{b}{c}$
- c. $\tan \angle A = \frac{a}{b}$

3. Nilai perbandingan trigonometri pada tiap kuadran berlaku sebagai berikut.
 - a. Pada kuadran I, semua nilai perbandingan trigonometri bernilai positif, termasuk kebalikan setiap perbandingan sudut tersebut.
 - b. Pada kuadran II, hanya $\sin \alpha$ dan $\operatorname{cosec} \alpha$ yang bernilai positif, selainnya bertanda negatif.
 - c. Pada kuadran III, hanya $\tan \alpha$ dan $\operatorname{cotan} \alpha$ yang bernilai positif, selainnya bertanda negatif.
 - d. Pada kuadran IV, hanya $\cos \alpha$ dan $\sec \alpha$ yang bernilai positif, selainnya bertanda negatif.
4. Nilai perbandingan trigonometri untuk setiap ukuran sudut berulang secara periodik.
5. Untuk suatu segitiga sembarang, perbandingan trigonometri ditentukan dengan aturan sinus dan cosinus. Aturan sinus digunakan apabila lebih dominan diketahui panjang sisi segitiga. Aturan cosinus digunakan apabila lebih dominan diketahui besar sudut segitiga.
6. Domain untuk fungsi sinus adalah untuk semua ukuran sudut, baik negatif maupun positif. Namun pada bab ini, dikaji hanya untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. Hal yang sama juga berlaku untuk fungsi cosinus. Tetapi, untuk fungsi tangen, domainnya untuk semua ukuran sudut kecuali $n \times \frac{\pi}{2}$, dimana n adalah bilangan asli.
7. Daerah hasil untuk semua fungsi trigonometri adalah semua bilangan real.
8. Untuk fungsi $y = \sin x$, nilai maksimum dan minimumnya berturut-turut 1 dan -1, demikian halnya untuk fungsi $y = \cos x$. Tetapi fungsi $y = \tan x$, tidak memiliki nilai maksimum dan nilai minimum.

Dengan konsep yang telah dipahami bersama, konsep trigonometri selanjutnya akan dikaji pada topik limit trigonometri, turunan trigonometri, dan integral trigonometri. Dalam kajian bidang lain, seperti dalam bidang teknik dan kedokteran, trigonometri juga digunakan.

Kunci Jawaban

Uji Kompetensi 1.1

1. a. $|-8n| = 8n$
b. $|2\sqrt{3} - 3| = 2\sqrt{3} - 3$
c. $\left|\frac{3}{7} - \frac{2}{5}\right| = \frac{3}{7} - \frac{2}{5}$
e. $|2^5 - 3^3| = 2^5 - 3^3$
f. $|12^{1/2} - 24^{3/2}| = 24^{3/2} - 12^{1/2}$
d. $|12 \times (-3) : (2 - 5)| = 12$
g. $|(3n)2^{n-1}| = (3n)^{2n-1}$, n bilangan asli
h. $\left|2n - \frac{1}{n+1}\right| = 2n - \frac{1}{n+1}$, n bilangan asli
2. -
3. a. $x = 0$ atau $x = \frac{8}{3}$
b. $x = 1$ atau $x = \frac{13}{3}$
c. tidak ada nilai x
d. $x = \frac{21}{20}$
e. tidak ada nilai x
f. $x = \frac{20}{9}$ atau $x = \frac{20}{11}$
g. tidak ada nilai x
h. $x = -\frac{4}{5}$ atau $x = -\frac{28}{15}$
4. -
5. a. $y = \frac{1}{2}$
b. **Alternatif Penyelesaian:**

Daerah asal bentuk $|x - 1| + |2x| + |3x + 1|$ dipisah menjadi 4 interval

sebagai berikut: $x < -\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{3} \leq x < 0$, $0 \leq x < 1$, atau $x \geq 1$, sehingga:

i. Untuk $x < -\frac{1}{3}$.

$$|x - 1| + |2x| + |3x + 1| = 6$$

$$\Leftrightarrow (-x + 1) + (-2x) + (-3x - 1) = 6$$

$$\Leftrightarrow -6x = 6$$

$$x = -1$$

ii. Untuk $-\frac{1}{3} \leq x < 0$

$$|x - 1| + |2x| + |3x + 1| = 6$$

$$(-x + 1) + (-2x) + (-3x - 1) = 6$$

$2 = 6$, merupakan pernyataan yang salah dengan demikian

$-\frac{1}{3} \leq x < 0$ tidak memenuhi persamaan.

iii. Untuk $0 \leq x < 1$

$$|x - 1| + |2x| + |3x + 1| = 6$$

$$(-x + 1) + (-2x) + (-3x - 1) = 6$$

$$4x + 2 = 6$$

$x = 1$, tidak terdapat pada $0 \leq x < 1$

iv. Untuk $x \geq 1$,

$$|x - 1| + |2x| + |3x + 1| = 6$$

$$(-x + 1) + (-2x) + (-3x - 1) = 6$$

$$6x = 6$$

$x = 1$ dan memenuhi interval $x \geq 1$

Jadi x yang memenuhi untuk persamaan $|x - 1| + |2x| + |3x + 1| = 6$ adalah $x = -1$ atau $x = 1$.

c. Tidak ada nilai x yang memenuhi

d. $p = -10$ atau $p = \frac{6}{5}$

e. Tidak ada nilai y

- f. Semua m atau x yang memenuhi $3,5m + 8,5x + 4,8 = 0$ atau $3,5m - 8,5x - 72, = 0$

6. -

Uji Kompetensi 1.2

1. a. Benar
- b. Benar
- c. Tidak Benar

2. -

3. $76 \leq \text{Nilai} \leq 96$

4. -

5. **Alternatif Penyelesaian:**

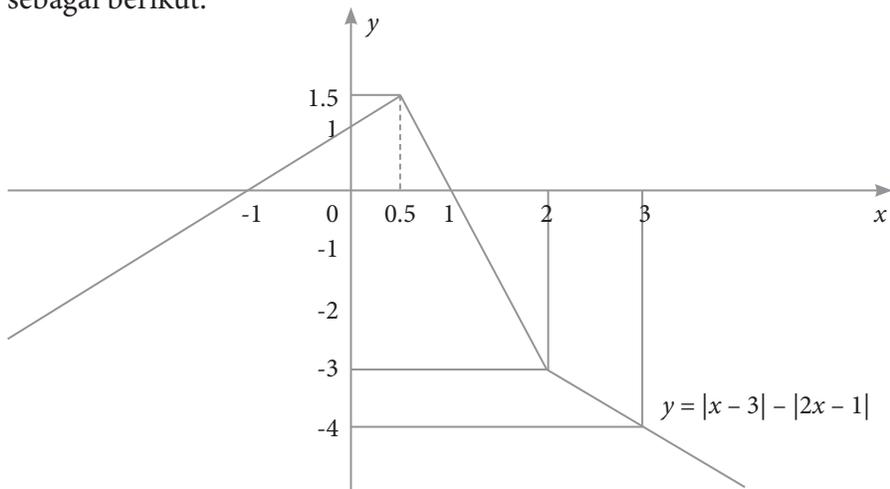
Dengan menggunakan Definisi 1.1 maka:

$$y = |x-2| - |2x-1| = \begin{cases} x+1 & \text{jika } x < \frac{1}{2} \\ -3x+3 & \text{jika } \frac{1}{2} \leq x < 2 \\ -x-1 & \text{jika } x \geq 2 \end{cases}$$

Dibutuhkan dua titik untuk menggambar satu garis lurus, sehingga:

| $x < \frac{1}{2}$ | | $\frac{1}{2} \leq x < 2$ | | $x \geq 2$ | |
|-------------------|-----------|--------------------------|---------------|------------|-----------|
| Nilai x | Nilai y | Nilai x | Nilai y | Nilai x | Nilai y |
| 0 | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{2}$ | 2 | -3 |
| -1 | 0 | 1 | 0 | 3 | -4 |

Sketsa garis berdasarkan titik awal pada bidang koordinat kartesius, sebagai berikut:



6. -

7. a. $\left| LH - \frac{29}{2} \right| < \frac{3}{2}$

b. $\left| LH - \frac{29}{2} \right| \geq \frac{3}{2}$

8. -



c. Himpunan kosong

10. -

Uji Kompetensi 2.1

1. a. Ya

b. Ya

2. -

3. 8 cm, 7 cm, dan 4 cm

4. -
 5. 25 inci
 6. (a) $t = -2$; (b) $t = -\frac{3}{2}$; (c) $t = 2$
 7. -
 8. -
 9. **Alternatif Penyelesaian:**

$$\begin{array}{l} 7a - 6b - 2c = 9 \\ 6a + 76 - 9c = -2 \end{array} \begin{array}{l} \times 6 \\ \times 7 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 42a - 36b - 12c = 54 \\ 42a + 496 - 63c = -14 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ - \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ -85b + 51c = 68 \end{array}$$

$$\text{Atau } b = \frac{51c - 68}{85}$$

$$\text{Akibatnya, } 6a = -2 + 9c - 7\left(\frac{51c - 68}{85}\right) = \frac{408c + 306}{85} \text{ atau } a = \frac{68c + 51}{85}$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi, } a^2 + b^2 + c^2 &= \left(\frac{68c + 51}{85}\right)^2 + \left(\frac{51c - 68}{85}\right)^2 - c^2 \\ &= \frac{4624c^2 + 3468c + 2601 + 2601c^2 - 3468c + 4624 - 7225c^2}{7225} \\ &= 1 \end{aligned}$$

10. -

Uji Kompetensi 2.2

1. **Alternatif Penyelesaian:**

Misalkan: Kecepatan kerja Joni = V_J

Kecepatan kerja Deni = V_D

Kecepatan kerja Ari = V_A

Tiga tukang cat, Joni, Deni dan Ari, bekerja secara bersama-sama, dapat mengecat eksterior (bagian luar) sebuah rumah dalam waktu 10 jam kerja.

$$\frac{1}{V_J + V_D + V_A} = 10 \Leftrightarrow V_J + V_D + V_A = \frac{1}{10} \quad (1)$$

Pengalaman Deni dan Ari pernah bersama-sama mengecat rumah yang serupa dalam 15 jam kerja.

$$\frac{1}{V_D + V_A} = 15 \Leftrightarrow V_D + V_A = \frac{1}{15} \quad (2)$$

Suatu hari, ketiga tukang ini bekerja mengecat rumah serupa ini selama 4 jam kerja, setelah itu Ari pergi karena ada suatu keperluan mendadak. Joni dan Deni memerlukan tambahan waktu 8 jam kerja lagi untuk menyelesaikan pengecatan rumah.

$$4(V_J + V_D + V_A) + 8(V_J + V_D) = 1 \Leftrightarrow 12V_J + 12V_D + 4V_A = 1 \quad (3)$$

Dengan menyelesaikan Persamaan (1) dan (2)

$$V_J + V_D + V_A = \frac{1}{10} \text{ dengan } V_D + V_A = \frac{1}{15} \text{ diperoleh } V_J = \frac{1}{30}$$

Dengan menyelesaikan Persamaan (1) dan (3)

$$12V_J + 12V_D + 4V_A = 1 \text{ dengan } V_J + V_D + V_A = \frac{1}{10} \text{ diperoleh } V_A = \frac{1}{40}$$

Dengan mensubstitusi $V_J = \frac{1}{30}$ dan $V_A = \frac{1}{40}$ ke persamaan (2) diperoleh $V_D = \frac{1}{24}$.

Jika mereka bekerja sendirian dengan pekerjaan yang serupa maka waktu yang dibutuhkan Joni, Deni dan Ari berturut-turut adalah 30 jam, 24 jam dan 40 jam.

2. –
3. Mesin A = 1.900 lensa, Mesin B = 15.00 lensa; dan Mesin C = 2.300 lensa.
4. –
5. $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2, d_3$ bilangan riil dengan a_1, b_1, c_1 tidak sekaligus ketiganya nol; a_2, b_2, c_2 tidak sekaligus ketiganya nol; a_3, b_3, c_3 tidak sekaligus ketiganya nol.
 - a) Memiliki penyelesaian tunggal

$$a_1 \cdot b_2 \cdot c_3 + b_1 \cdot c_2 \cdot a_3 + c_1 \cdot a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \cdot c_1 - b_3 \cdot c_2 \cdot a_1 - c_3 \cdot a_2 \cdot b_1 \neq 0$$

b) Memiliki banyak penyelesaian

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_1}{a_3} = \frac{a_2}{a_3} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{b_1}{b_3} = \frac{b_2}{b_3} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{c_1}{c_3} = \frac{c_2}{c_3}$$

c) Tidak memiliki penyelesaian jika

$$a_1 \cdot b_2 \cdot c_3 + b_1 \cdot c_2 \cdot a_3 + c_1 \cdot a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \cdot c_1 - b_3 \cdot c_2 \cdot a_1 - c_3 \cdot a_2 \cdot b_1 = 0$$

6. -

7. Waktu yang diperlukan Trisna = $\frac{48}{7} = 6\frac{6}{7}$ jam, ayahnya = $\frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}$ jam, dan kakeknya = 48 jam.

8. -

9. Tabungan: Rp240.000.000,00, Deposito: Rp110.000.000,00, dan Obligasi Rp70.000.000,00.

10. -

Uji Kompetensi 3.1

1. a. 84.112 ton

b. $x = 20$ ton dan $g(110) = 12.112$ ton

2. -

3. **Alternatif Penyelesaian:**

Substitusi $x = -2$ ke persamaan $f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x}f(-x) = 2x$ diperoleh persamaan

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{-2}f(2) = 2(-2)$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}f(2) = -4 \dots\dots\dots(1)$$

Substitusi $x = \frac{1}{2}$ ke persamaan $f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x}f(-x) = 2x$ diperoleh persamaan

$$f(2) + 2f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 \dots\dots\dots(2)$$

Dengan menyelesaikan Persamaan (1) dan (2), maka diperoleh $f(2) = \frac{9}{2}$.

4. -

5. $f(49) = 92$

6. -

7. $f(2014) = 5.204$

8. -

9. **Alternatif Penyelesaian:**

a. $f(x) = 2x$ maka $D_f = \{x|x \in R\}$; $R_f = \{y | y \in R\}$

$g(x) = \sin x$ maka $D_g = \{x|x \in R\}$; $R_g = \{y \in -1 \leq y \leq 1\}$.

Maka $D_{gof} = D_g \cap D_f = R$ dan

$$R_{gof} = R_g \cap R_f = \{y | -1 \leq y \leq 1 \cap \{x | x \in R\}\}$$

$$R_{gof} = R_g \cap R_f = \{y | -1 \leq y \leq 1\}$$

b. $f(x) = -x$ maka $D_f = \{x|x \in R\}$; $R_f = \{y | y \in R\}$

$g(x) = \ln x$ maka $D_g = \{x|x > 0\}$; $R_g = \{y|y \neq 0, y \in R\}$

Sehingga $D_{gof} = D_g \cap D_f = \{x|x > 0\}$ dan,

$$R_{gof} = R_g \cap R_f = \{y|\{y \in y \neq 0, y \in R\} \cap \{x|x > 0\}\}$$

$$R_{gof} = R_g \cap R_f = \{y|y \neq 0, y \in R\}$$

c. $f(x) = 1/x$ maka $D_f = \{x|x \neq 0\}$; $R_f = \{y|y \neq 0, y \in R\}$

$g(x) = \sin x$ maka $D_g = \{x|x \in R\}$; $R_g = \{y|-2 \leq y \leq 2\}$

Diperoleh $D_{gof} = D_g \cap D_f = \{x|x \neq 0\}$ dan

$$R_{gof} = R_g \cap R_f = \{y|-2 \leq y \leq 2 \cap \{x|x \neq 0\}\}$$

$$R_{gof} = R_g \cap R_f = \{y|-2 \leq y \leq 2\}$$

10. -

11. **Alternatif Penyelesaian:**

Diketahui: fungsi $f(x) = 2x+2 \times 6x - 4$ dan $g(x) = 12x - 1$ untuk x bilangan asli.

Dengan kedua fungsi tersebut dapat diperoleh:

$$\begin{aligned}\frac{f(x)}{g(x)} &= \frac{2^{x+2} \cdot 6^{x-4}}{12^{x-1}} \\ &= \frac{2^{x+2} \cdot 6^{x-4}}{2^{x-1} \cdot 6^{x-1}} \\ &= 2^3 \cdot 6^3 = 1.728\end{aligned}$$

12. -

Uji Kompetensi 3.2

1. a. Rp 10.500,-

b. 4995

2. -

3. **Alternatif Penyelesaian:**

Diketahui f dan g suatu fungsi dengan rumus fungsi $f(x) = 3x + 4$ dan

$$g(x) = \frac{x-4}{3}.$$

Akan dibuktikan bahwa $f^{-1}(x) = g(x)$ dan $g^{-1}(x) = f(x)$

► Bukti: $f^{-1}(x) = g(x)$

$$\text{Misalkan } f(x) = y = 3x + 4$$

$$\Leftrightarrow 3x = y - 4$$

$$\Leftrightarrow 3x = y - 4$$

Karena $f^{-1}(y) = x$, maka $f^{-1}(y) = \frac{y-4}{3}$ atau $f^{-1}(x) = \frac{x-4}{3} = g(x)$.

► Bukti: $g^{-1}(x) = f(x)$

$$\text{Misal } g(x) = y = \frac{x-4}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3y = x - 4$$

$$\Leftrightarrow x = 3y + 4$$

Karena $g^{-1}(x) = y$, maka $f^{-1}(y) = 3y + 4$ atau $g^{-1}(x) = 3x + 4 = f(x)$

4. -

5. a. $C = \frac{5}{9}(F - 32)$

b. $31,11^\circ \text{C}$

6. -

7. $(g \circ f(x))^{-1} = \frac{x-1}{x}$

8. -

9. **Alternatif Penyelesaian:**

Diketahui: $f(x) = 2x + 3$ dan $(f \circ g)(x + 1) = -2x^2 - 4x - 1$.

Ditanya: $g^{-1}(x)$ dan $g^{-1}(x)$.

Misal $y = x + 1$, maka $x = y - 1$.

Akibatnya, $(f \circ g)(y) = -2(y - 1)^2 - 4(y - 1) - 1$

$$(f \circ g)(y) = -2y^2 + 1 \text{ atau } (f \circ g)(x) = -2x^2 + 1$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = -2x^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow 2g(x) + 3 = -2x^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow 2g(x) = -2x^2 - 2$$

$$\Leftrightarrow g(x) = -x^2 - 1$$

Selanjutnya, misal $y = g(x) = -x^2 - 1$

$$\Leftrightarrow y + 1 = -x^2$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{-y-1}, y \leq -1$$

Jadi, $g^{-1}(x) = \sqrt{-x-1}$, untuk $x \leq -1$

$$g^{-1}(-2) = \sqrt{-(-2)-1} = \sqrt{1} = 1 \text{ atau } -1$$

10. -

11. $(f \circ g)^{-1}(x) = x + 3$

12. -

Uji Kompetensi 4.1

1. a) Benar; b) Salah; c) Benar; d) $4\frac{2}{5}\pi$ rad benar sama dengan 792° , tetapi $4\frac{2}{5}\pi$ rad \neq 2,4 putaran; e) Benar

2. **Alternatif Penyelesaian:**

Diketahui: $\alpha < 90^\circ$, $90^\circ \leq \theta < 180^\circ$, maka:

- a) Terdapat besaran α yang kurang dari 90° , misalnya untuk $\alpha = 15^\circ$, sedemikian sehingga $2\alpha = 2 \cdot 15^\circ = 30^\circ < 90^\circ$

Jadi pernyataan bernilai salah

- b) Terdapat besaran α yang kurang dari 90° , misalnya $\alpha = 75^\circ$ dan besaran θ yang lebih dari atau sama dengan 90° dan kurang dari 180° , misalnya $\theta = 95^\circ$, sedemikian sehingga $\theta - \alpha = 95^\circ - 75^\circ = 20^\circ < 30^\circ$.

Jadi, pernyataan bernilai salah

- c) Terdapat besaran α yang kurang dari 90° , misalnya $\alpha = 10^\circ$ dan besaran θ yang lebih dari atau sama dengan 90° dan kurang dari 180° , misalnya $\theta = 100^\circ$, sedemikian sehingga $2\alpha + \frac{1}{2}\theta = 2 \cdot 10^\circ + \frac{1}{2} \cdot 100^\circ = 20^\circ + 50^\circ = 70^\circ < 90^\circ$

Jadi, pernyataan bernilai salah

- d) Persamaan $2\theta - 2\alpha = \theta + \alpha \Leftrightarrow \theta = 3\alpha$. Jadi dapat dipilih $\alpha = 30^\circ$ dan $\theta = 15^\circ$ sedemikian sehingga 150° atau $\theta = 3\alpha$

Jadi pernyataan tersebut bernilai benar

3. i) Kuadran I; $\frac{1}{2}\pi$; ii) Kuadran II; $\frac{3}{4}\pi$; iii) Kuadran III; $\frac{5}{4}\pi$; iv) Kuadran I; $\frac{4}{9}\pi$; v) Kuadran II; $-\frac{3}{2}\pi = \frac{1}{2}\pi$; vi) Kuadran I; 10π

4. -

5. a. 30° d. $\cong 162^\circ$

b. 90° e. $\cong 237^\circ$

c. 168° f. 45°

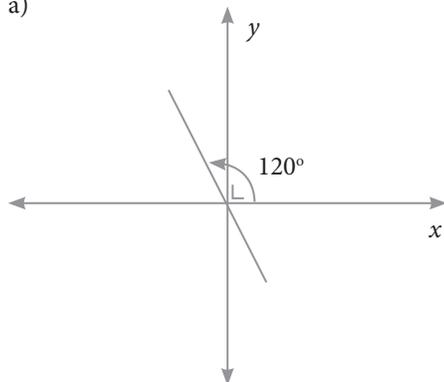
6. -

7. a. 4 kali c) 4 kali
 b. 24 kali d) -

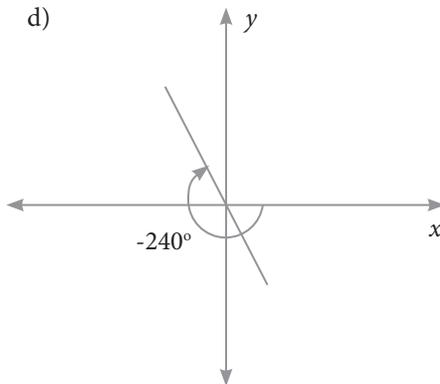
8. -

9.

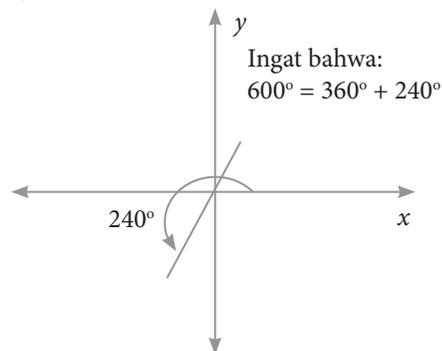
a)



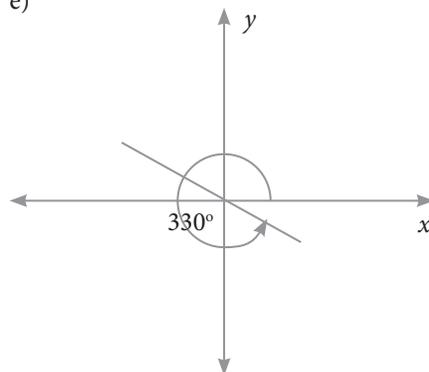
d)



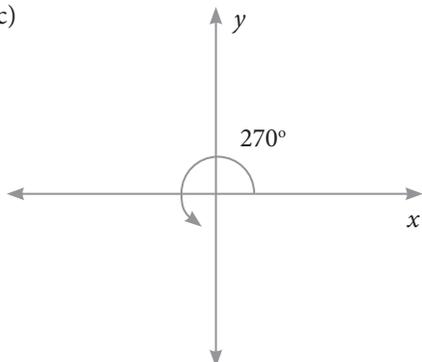
b)



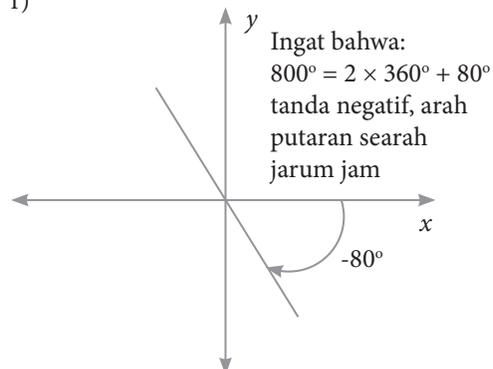
e)



c)



f)



10. -

Uji Kompetensi 4.2

1. a) $\sin P = \frac{2}{\sqrt{5}}$; $\cos P = \frac{1}{\sqrt{5}}$; $\tan P = 2$; $\sin R = \frac{1}{\sqrt{5}}$; $\cos R = \frac{2}{\sqrt{5}}$;
 $\tan R = \frac{1}{2}$
- b) $\sin P = \frac{7}{11}$; $\cos P = \frac{6\sqrt{2}}{11}$; $\tan P = \frac{7}{6\sqrt{2}}$; $\sin R = \frac{6\sqrt{2}}{11}$; $\cos R = \frac{7}{11}$;
 $\tan R = \frac{6\sqrt{2}}{7}$
- c) $\sin P = \frac{2}{\sqrt{5}}$; $\cos P = \frac{1}{\sqrt{5}}$; $\tan P = 2$; $\sin R = \frac{1}{\sqrt{5}}$; $\cos R = \frac{2}{\sqrt{5}}$;
 $\tan R = \frac{1}{2}$
2. -
3. a) $\cos A = \frac{\sqrt{7}}{4}$; $\tan A = \frac{3}{\sqrt{7}}$; $\csc A = \frac{4}{3}$; $\sec A = \frac{4}{\sqrt{7}}$; dan $\cot A = \frac{\sqrt{7}}{3}$.
 - b) $\sin A = \frac{15}{17}$; $\cos A = \frac{8}{17}$; $\tan A = \frac{15}{8}$; $\csc A = \frac{17}{15}$; $\sec A = \frac{17}{8}$
 - c) $\sin \theta = \frac{5}{13}$; $\cos \theta = \frac{12}{13}$; $\tan \theta = \frac{5}{12}$; $\csc \theta = \frac{13}{5}$; $\cot \theta = \frac{12}{5}$
 - d) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$; $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\csc \alpha = 2$; $\sec \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}$; $\cot \alpha = \sqrt{3}$
 - e) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\tan \alpha = 1$; $\csc \alpha = \sqrt{2}$; $\sec \alpha = \sqrt{2}$; $\cot \alpha = 1$
 - f) $\sin \beta = \frac{1}{2}$; $\tan \beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $\csc \beta = 2$; $\sec \beta = \frac{2}{\sqrt{3}}$; $\cot \beta = \sqrt{3}$
4. -
5. $\sin T = \frac{1}{\sqrt{401}}$; $\cos T = \frac{40}{\sqrt{401}}$; $\tan T = \frac{1}{40}$
6. -

7. a) Karena $\sin A = \frac{a}{c}$, maka $(\sin A)^2 = \frac{a^2}{c^2}$; $\cos A = \frac{b}{c}$, maka

$$(\cos A)^2 = \frac{b^2}{c^2}. \quad \text{Akibatnya } (\sin A)^2 + (\cos A)^2 = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2}$$

$$= \frac{c^2}{c^2} = 1$$

b) $\tan B = \frac{b}{a} = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{\sin B}{\cos B}$

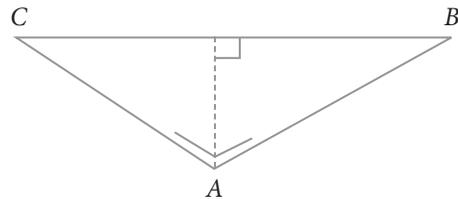
c) Karena $(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1$, kemudian ruas kiri dan ruas kanan dikali $\frac{1}{(\sin A)^2}$, sedemikian sehingga diperoleh

$$1 + \frac{(\cos A)^2}{(\sin A)^2} = \frac{1}{(\sin A)^2} \quad \text{atau} \quad 1 + (\cot A)^2 = (\csc A)^2 \quad \text{atau}$$

$$(\csc A)^2 - (\cot A)^2 = 1$$

8. Alternatif Penyelesaian:

Pertama, garis AD diabaikan. Sehingga kita mempunyai segitiga siku-siku ABC dengan siku-siku di A .



Karena $\cos \angle ABC = \frac{\sqrt{2}}{2}$ atau $\frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Sehingga $AB = \sqrt{2}$ dan $BC = 2$.

Selanjutnya, karena AD adalah garis tinggi, maka $BD = CD = \frac{1}{2} BC$.

Dengan demikian pada segitiga ABD , melalui Teorema Pythagoras berlaku:

$$AD^2 = AB^2 - BD^2$$

$$AD^2 = \sqrt{2}^2 - 1^2$$

$$AD = 1$$

9. $\sin x = \frac{1}{2}$; $\cos x = \frac{1}{2}$

10. **Alternatif Penyelesaian:**

Diketahui segitiga PQR , dengan $\angle Q = 90^\circ$,
 $PR + QR = 25$ cm, dan $PQ = 5$ cm.

Misal $QR = x$, maka $PR = 25 - x$.

Dengan Teorema Pythagoras, kita peroleh bahwa:

$$(25 - x)^2 = 5^2 + x^2$$

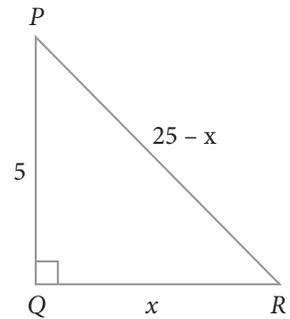
$$\Leftrightarrow 625 - 50x + x^2 = 25 + x^2$$

$$x = 12$$

Dengan demikian, $QR = 12$ dan $PR = 13$.

Jadi,

$$\sin P = \frac{QR}{PR} = \frac{12}{13}, \cos P = \frac{PQ}{PR} = \frac{5}{13}, \text{ dan } \tan P = \frac{QR}{PQ} = \frac{12}{5}$$



11. $RS = \frac{\tan \alpha \cdot \tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta}$

Uji Kompetensi 4.3

1. a) $6(3 + \sqrt{3})$ satuan keliling
 b) 1
2. -
3. (i) A (iii) A
 (ii) D (iv) C
4. -
5. a) Salah d) Salah
 b) Salah e) Benar
 c) Salah

6. -

$$7. \frac{ab - \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}}{\sqrt{1-a^2}}$$

8. **Alternatif Penyelesaian:**

Pada segitiga BCR ,

$$\sin 45^\circ = \frac{CR}{BC}$$

$$\leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{CR}{a}$$

$$\leftrightarrow CR = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a$$

Pada segitiga ACR ,

$$\sin 30^\circ = \frac{CR}{AC} \leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{CR}{b} \leftrightarrow CR = \frac{1}{2} \cdot b$$

$$\text{Akibatnya: } \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{1}{2} \cdot b \leftrightarrow b = \sqrt{2} \cdot a$$

Karena $a + b = 10$ dan $b = \sqrt{2} \cdot a$, maka $(1 + \sqrt{2}) \cdot a = 10 \leftrightarrow a = \frac{10}{1 + \sqrt{2}} = 10(\sqrt{2} - 1)$ cm, dan $b = 10(2 - \sqrt{2})$ cm

9. a) 5

b) $3\sqrt{2}$

10. **Alternatif Penyelesaian:**

Perhatikan segitiga siku-siku OCD , siku-siku di D , berlaku bahwa

$$a) \quad OD^2 + CD^2 = OC^2 \leftrightarrow 1 + CD^2 = OC^2$$

$$b) \quad \sin \angle COD = \sin \theta = \frac{CD}{OC} \leftrightarrow (\sin \theta)^2 = \frac{CD^2}{OC^2}$$

$$\leftrightarrow OC^2 \cdot (\sin \theta)^2 = CD^2$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \cos \angle COD = \cos \theta &= \frac{OD}{OC} \leftrightarrow (\cos \theta)^2 = \frac{OD^2}{OC^2} \\ &\leftrightarrow OC^2 \cdot (\cos \theta)^2 = OD^2 \end{aligned}$$

d) Dari a), b), dan c) diperoleh bahwa:

$$(\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = \frac{CD^2}{OC^2} + \frac{OD^2}{OC^2} = \frac{OC^2}{OC^2} = 1$$

$$(\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1 \leftrightarrow (\sin \theta)^2 = 1 - (\cos \theta)^2$$

$$\leftrightarrow (\cos \theta)^2 = 1 - (\sin \theta)^2$$

$$(\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1 \cdot (\text{setiap ruas d kalikan } \frac{1}{(\sin \theta)^2}, (\sin \theta)^2 \neq 0)$$

$$\text{diperoleh: } \frac{(\sin \theta)^2}{(\sin \theta)^2} + \frac{(\cos \theta)^2}{(\sin \theta)^2} = \frac{1}{(\sin \theta)^2} \leftrightarrow 1 + (\cot \theta)^2 = (\csc \theta)^2$$

$$\text{Jika } (\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1 \text{ (setiap ruas dikalikan } \frac{1}{(\cos \theta)^2}, (\cos \theta)^2 \neq 0),$$

$$\text{diperoleh: } \frac{(\sin \theta)^2}{(\cos \theta)^2} + \frac{(\cos \theta)^2}{(\cos \theta)^2} = \frac{1}{(\cos \theta)^2} \leftrightarrow (\tan \theta)^2 + 1 = (\sec \theta)^2$$

Dari a), b), c), dan d) diperoleh:

$$1 + OC^2 \cdot (\sin \theta)^2 = OC^2 \leftrightarrow 1 = (1 - (\sin \theta)^2)OC^2$$

$$\leftrightarrow 1 = (\cos \theta)^2 \cdot OC^2$$

$$\leftrightarrow \frac{1}{(\cos \theta)^2} = OC^2 \leftrightarrow \frac{1}{\cos \theta} = OC$$

$$\leftrightarrow OC = \sec \theta \text{ (Bagian a) terbukti)}$$

Karena $OC = \sec \theta$ dan $1 + CD^2 = OC^2$, maka

$$1 + CD^2 = (\sec \theta)^2 \leftrightarrow CD^2 = (\sec \theta)^2 - 1$$

Dari bagian d) diperoleh: $(\tan \theta)^2 = (\sec \theta)^2 - 1$

Jadi, $CD^2 = (\tan \theta)^2 \leftrightarrow CD = \tan \theta$ (Bagian b) terbukti)

Pada segitiga DEO , siku-siku di D , berlaku bahwa

$$a) \quad OD^2 + DE^2 = OE^2 \leftrightarrow 1^2 + DE^2 = OE^2$$

$$b) \quad \angle DOE + \angle ODE + \angle DEO = 180^\circ$$

$$\leftrightarrow (90^\circ - \theta) + 90^\circ + \angle DEO = 180^\circ \leftrightarrow \angle DEO = \theta$$

$$c) \quad \sin \angle DEO = \sin \theta = \frac{OD}{OE} \leftrightarrow (\sin \theta)^2 = \frac{OD^2}{OE^2}$$

$$\cos \angle DEO = \cos \theta = \frac{DE}{OE} \leftrightarrow (\cos \theta)^2 = \frac{DE^2}{OE^2}$$

Analog dengan yang ada pada segitiga siku-siku COD , berlaku

$$(\tan \theta)^2 + 1 = (\sec \theta)^2 \leftrightarrow (\tan \theta)^2 = (\sec \theta)^2 - 1$$

$$1 + (\cot \theta)^2 = (\csc \theta)^2 \leftrightarrow (\cot \theta)^2 = (\csc \theta)^2 - 1$$

Dengan demikian, dari a), b), dan c) diperoleh

$$\cos \theta = \frac{DE}{OE} \leftrightarrow DE = OE \cdot \cos \theta \leftrightarrow (DE)^2 = (OE)^2 \cdot (\cos \theta)^2$$

$$\text{Karena } 1 + DE^2 = OE^2 \leftrightarrow 1 + (OE)^2 \cdot (\cos \theta)^2 = (OE)^2$$

$$\leftrightarrow 1 = (1 - (\cos \theta)^2) \cdot (OE)^2$$

$$\leftrightarrow 1 = (\sin \theta)^2 \cdot (OE)^2$$

$$\leftrightarrow (OE)^2 = \frac{1}{(\sin \theta)^2} = (\csc \theta)^2$$

$$\leftrightarrow OE = (\csc \theta) \text{ (Bagian c) terbukti}$$

Dengan menggunakan,

$$1 + DE^2 = OE^2 \leftrightarrow 1 + (DE)^2 = (\csc \theta)^2$$

$$\leftrightarrow (DE)^2 = (\csc \theta)^2 - 1 = (\cot \theta)^2$$

$$\leftrightarrow DE = \cot \theta \text{ (Bagian d) terbukti}$$

Uji Kompetensi 4.4

1. a) I d) I
 b) IV e) III
 c) II
2. -
3. a) $\sin \alpha = \frac{-4}{5}$; $\tan \alpha = \frac{-4}{3}$; $\csc \alpha = -\frac{5}{4}$; $\sec \alpha = \frac{5}{3}$; $\cot \alpha = -\frac{3}{4}$
 b) $\sin \alpha = \frac{-1}{\sqrt{2}}$; $\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{2}}$; $\csc \alpha = -\sqrt{2}$; $\sec \alpha = -\sqrt{2}$; $\cot \alpha = 1$
 c) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\tan \alpha = -\frac{3}{\sqrt{3}}$; $\csc \alpha = 2$; $\sec \alpha = -\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\cot \alpha = -\sqrt{3}$
 d) $\sin \beta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$; $\cos \beta = \frac{-1}{2}$; $\tan \beta = \sqrt{3}$; $\csc \beta = -\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\cot \alpha = -\sqrt{3}$
 e) $\sin \beta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$; $\cos \beta = \frac{1}{2}$; $\tan \beta = -\sqrt{3}$; $\sec \beta = 2$; $\cot \beta = -\frac{1}{3}$
 f) $\sin \beta = \frac{1}{2}$; $\cos \beta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$; $\csc \beta = -\sqrt{3}$; $\cot \beta = -\sqrt{3}$
4. -
5. a) $\cos \theta = \frac{-15}{17}$ c. $\frac{-240}{289}$
 b) $\csc \theta = \frac{17}{8}$ d. $\frac{-17}{15}$
6. Alternatif Penyelesaian:
 - a) $(\tan x + \sec x) \cdot (\tan x - \sec x) = \tan^2 x - \sec^2 x$ (Karena $\tan^2 x = \sec^2 x - 1$)

$$= \sec^2 x - 1 - \sec^2 x = -1$$

Jadi, $(\tan x + \sec x) \cdot (\tan x - \sec x) = \tan^2 x - \sec^2 x = -1$
 - b) $\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1 + \cos x + 1 - \cos x}{(1 + \cos x) \cdot (1 - \cos x)} = \frac{2}{1 - \cos^2 x} = \frac{2}{\sin^2 x} = 2 \cdot \csc^2 x$

$$c) \quad \tan x - \frac{\sec^2 x}{\tan x} = \frac{\tan^2 x - \sec^2 x}{\tan x} = \frac{\tan^2 x - (\tan^2 x + 1)}{\tan x} = \frac{-1}{\tan x} = -\cot x$$

$$d) \quad \frac{\cos x}{1 + \sin x} + \frac{1 + \sin x}{\cos x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x + 1 + 2\sin x}{(1 + \sin x) \cdot \cos x} = \frac{1 + 1 + 2\sin x}{(1 + \sin x) \cdot \cos x}$$

$$= \frac{2(1 + \sin x)}{(1 + \sin x) \cdot \cos x} = \frac{2}{\cos x} = 2 \cdot \sec x$$

$$\text{Jadi, } \frac{\cos x}{1 + \sin x} + \frac{1 + \sin x}{\cos x} = 2 \cdot \sec x$$

$$7. \quad a) \quad \frac{1}{2}\sqrt{2} \qquad d) \quad -(2 + \sqrt{3})$$

$$b) \quad \frac{\sqrt{2}}{4}(1 + \sqrt{3}) \qquad e) \quad 2$$

$$c) \quad \frac{\sqrt{2}}{4}(1 - \sqrt{3})$$

8. -

$$9. \quad a. \quad 1 \qquad d. \quad 2$$

$$b. \quad \csc x \qquad e. \quad \sin \theta$$

$$c. \quad 2$$

10. Alternatif Penyelesaian:

Kita harus menemukan hubungan antar segitiga siku-siku.

Pada segitiga siku-siku ABD , berlaku:

$$\sin 30^\circ = \frac{BD}{AD} \leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{BD}{AD}$$

Jadi, $BD = 1$ dan $AD = 2$

Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, diperoleh $AB = \sqrt{3}$

Selain itu, $\angle ADB = 60^\circ$. Padahal, pada segitiga ADE , $\angle ADE = 15^\circ$.

Akibatnya $\angle BDE = 45^\circ$

Pada segitiga BDF , dengan $BD = 1$, dan $\sin \angle BDE = \sin 45^\circ = \sin \angle BDF = \sin 45^\circ = \frac{BF}{BD} \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{BF}{1}$, diperoleh $BF = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Selain itu, dengan menggunakan Teorema Phytagoras, diperoleh $DF = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Pada segitiga siku-siku ABC berlaku:

$$\begin{aligned} \sin 45^\circ &= \frac{BC}{AB} \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{BC}{\sqrt{3}} \\ &\leftrightarrow BC = \frac{\sqrt{6}}{2} \end{aligned}$$

Karena $AB = \sqrt{3}$ dan $BC = \frac{\sqrt{6}}{2}$, maka $AC = \frac{\sqrt{6}}{2}$

Selajutnya, karena $AE + CE = AC$, dengan $CE = BF = \frac{\sqrt{2}}{2}$, maka

$$AE = \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

Jadi, dengan demikian:

$$BD = 1, AD = 2, AB = \sqrt{3}, BF = CE = DF = \frac{\sqrt{2}}{2}, BC = AC = \frac{\sqrt{6}}{2},$$

$$AE = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}. \text{ (Bagian i) terselesaikan}$$

Fokus pada segitiga ADE , dengan siku-siku di E , $\angle DAE = 75^\circ$. Telah ditemukan bahwa $AE = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$, $DE = DF + EF = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$, dan $AD = 2$.

$$\text{Jadi } \sin \angle DAE = \sin 75^\circ = \frac{DE}{AD} = \frac{\frac{(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{2}}{2} = \frac{(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{4}$$

$$\cos \angle DAE = \cos 75^\circ = \frac{AE}{AD} = \frac{\frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{2}}{2} = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{4}$$

$$\tan \angle DAE = \tan 75^\circ = \frac{DE}{AE} = \frac{\frac{(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{2}}{\frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{2}} = \frac{(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{(\sqrt{6} - \sqrt{2})} = 2 + \sqrt{3}$$

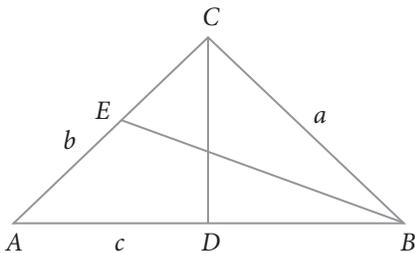
Uji Kompetensi 4.5

1. a. Panjang sisi $a = 10\sqrt{2}$ dan $c = 10(\sqrt{3} + 1)$
- b. panjang sisi $a = 11,87$ dan $b = 13,33$
- c. $\angle B = 48,76$, $\angle C = 21,24$ dan panjang sisi $c = 4,79$
- d. $\angle A = 23,45$, $\angle B = 36,55$ panjang sisi $c = \sqrt{76}$

2. –

3. Alternatif Penyelesaian:

Perhatikan segitiga ABC di bawah ini



Garis CD dan BE adalah garis tinggi segitiga ABC

Luas suatu segitiga, $L = \frac{\text{alas} \times \text{tinggi}}{2}$

$$\sin A = \frac{CD}{AC} \leftrightarrow CD = AC \times \sin A$$

Jadi, luas segitiga ABC , dapat dituliskan:

$$L = \frac{\text{alas} \times \text{tinggi}}{2} = \frac{c \times AC \times \sin A}{2} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A.$$

$$\text{Jika kita menemukan } \sin B = \frac{CD}{BC} \leftrightarrow CD = BC \times \sin B$$

Luas segitiga ABC dapat dirumuskan:

$$L = \frac{\text{alas} \times \text{tinggi}}{2} = \frac{c \times BC \times \sin B}{2} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin B$$

Jika garis tinggi segitiga ditarik dari titik B , maka

$$\sin C = \frac{BE}{BC} \leftrightarrow BE = BC \times \sin C$$

Dengan demikian, luas segitiga dapat simpulkan:

$$L = \frac{\text{alas} \times \text{tinggi}}{2} = \frac{b \times a \times \sin C}{2} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin C$$

4. -
5. $BC = 11,785$ cm dan $\angle B = 14,56^\circ$
6. -
7. 614, 59 meter
8. -
9.
 - a. $D_f =$ untuk setiap x bilangan real dan $R_f = \{x \mid -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}\}$
 - b. $D_f =$ untuk setiap x bilangan real dan $R_f = \{x \mid -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}\}$
 - c. $D_f =$ untuk setiap x bilangan real sedemikian hingga $\sin x \neq 0$ dan $R_f = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$
 - d. $D_f =$ untuk setiap x bilangan real sedemikian hingga $\cos x \neq 0$ dan $R_f = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$
 - e. $D_f =$ untuk setiap x bilangan real sedemikian hingga $\tan x \neq 0$ dan $R_f = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$
 - f. $D_f =$ untuk setiap x bilangan real sedemikian hingga $\cos x \neq 0$ dan $R_f = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$
10. -

Glosarium

- Analogi : Suatu proses penyelesaian yang mirip/ sama dengan suatu proses lainnya yang telah dibuktikan/diselesaikan.
- Daerah Asal/Domain : tak kosong dimana sebuah relasi didefinisikan.
- Daerah kawan/kodomain : himpunan tidak kosong dimana anggota domain memiliki pasangan sesuai dengan fungsi yang didefinisikan.
- Daerah hasil/range : Suatu himpunan bagian dari daerah kawan yang anggotanya adalah pasangan anggota domain yang memenuhi fungsi yang ditentukan.
- Dua segitiga sebangun : Perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian sama dan perbandingan sudut-sudut yang bersesuaian juga sama.
- Fungsi bijektif : fungsi satu-satu dan fungsi pada.
- Fungsi invers : fungsi kebalikan dari suatu fungsi. Misalkan f sebuah fungsi dari himpunan A ke himpunan B , f^{-1} disebut fungsi invers dari f jika dapat ditentukan sebuah fungsi f^{-1} dari himpunan B ke himpunan A sedemikian, sehingga $f^{-1}(f(a)) = a$ dan $f(f^{-1}(b)) = b$.
- Fungsi komposisi : sebuah fungsi hasil operasi komposisi dua buah fungsi atau lebih. Misal fungsi f dan g , fungsi komposisi f dan g (ditulis: $g \circ f$) ditentukan dengan $(g \circ f)(x) = g(f(x))$.

| | |
|--------------------------------|---|
| Invers fungsi | : Suatu relasi dari himpunan B ke himpunan A. |
| Garis tinggi | : Suatu garis yang dibentuk dari suatu sudut segitiga sembarang dan berpotongan tegak lurus dengan sisi di hadapannya. |
| Garis berat | : Suatu garis yang dibentuk dari suatu sudut segitiga sembarang dan memotong sisi di depannya menjadi dua bagian yang sama panjang. |
| Periodik | : Perubahan sesuatu/nilai yang bergantung pada satuan waktu tertentu. |
| Persamaan | : Kalimat terbuka yang menggunakan relasi sama dengan. |
| Persamaan homogen | : Persamaan yang konstantanya sama nol. Atau Persamaan yang nilai variabel-variabelnya semuanya nol. |
| Persamaan non - homogen | : Persamaan yang konstantanya tidak (semuanya) sama dengan nol. Atau persamaan yang nilai variabel-variabelnya tidak semuanya nol. |
| Penyelesaian trivial | : Penyelesaian suatu persamaan atau sistem persamaan dengan nilai variabel-variabelnya adalah nol. |
| Penyelesaian non - trivial | : Penyelesaian suatu persamaan atau sistem persamaan dengan nilai variabel-variabelnya tidak semuanya nol. |
| Pertidaksamaan | : Kalimat terbuka yang menggunakan relasi tidak sama. |
| Persamaan linear satu variabel | : Persamaan berbentuk $ax + b = 0$, dimana a, b anggota himpunan bilangan real dan |

$a \neq 0$, a disebut koefisien x , b disebut konstanta, dan x adalah variabel real.

- Rotasi α : Perputaran terhadap titik pusat sejauh α .
- Sudut koterminal : Suatu sudut yang bila dijumlahkan dengan sudut yang lainnya sama dengan 180° .
- Sudut standar : Sudut yang terbentuk dengan sisi awal berimpit dengan sumbu x dan sisi terminal terletak pada salah satu kuadran.
- Tak berhingga penyelesaian : Memiliki lebih dari satu penyelesaian dan banyaknya tidak terhitung.
- Tak terdefinisi, misalnya $\frac{1}{0}$: Tidak terdapat suatu bilangan real yang merupakan hasil dari $\frac{1}{0}$.

Daftar Pustaka

- Anton. Howard, Rorres. Chris. (2005). *Elementary Linear Algebra with Applications*. John Wiley & Sons, Inc
- Ball, Deborah Loewenberg. (2003). *Mathematical Proficiency for All Students (Toward a Strategic Research and Development Program in Mathematics Education)*. United States of America: RAND.
- Checkley , Kathy (2006). *The Essentials of Mathematics, Grades 7 -12*. United States of America: The Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD).
- Chung, Kai Lai. (2001). *A Course in Probability Theory*, USA: Academic Press.
- Committee on science and mathematics teacher preparation, center for education national research council (2001). *Educating Teachers of science, mathematics, and technology (new practice for new millennium)*. United States of America: the national academy of sciences.
- Corral Michael, (2009). *Trigonometry*. Michigan, Schoolcraft College.
- Douglas. M, Gauntlett. J, Gross. M. (2004). *Strings and Geometry*. United States of America: Clay Mathematics Institute.
- Hefferon, Jim (2006). *Linear Algebra*. United States of America: Saint Michael's College Colchester.
- Howard, dkk. (2008). *California Mathematics. Concepts, Skills, and Problem Solving 7*. Columbus-USA, The McGraw-Hill Companies, Inc.
- Johnstone. P.T. (2002). *Notes on Logic and Set Theory*. New York: University of Cambridge.
- Larson Ron, (2011). *Trigonometry*. Eight Edition, Belmont, USA, Brooks/Colle, Cengage Learning.

- Magurn A, Bruce. (2002). *Encyclopedia of Mathematics and Its Applications*. United Kingdom: United Kingdom at the University Press, Cambridge.
- Slavin, Robert, E. (1994). *Educational psychology, theories and practice*. Fourth Edition. Masschusetts: Allyn and Bacon Publishers.
- Sinaga, Bornok. (2007). *Pengembangan Model Pembelajaran Matematika Berdasarkan Masalah Berbasis Budaya Batak*. Surabaya: Program Pascasarjana UNESA.
- Tan, Oon Seng. (1995). *Mathematics. A Problem Solving Approach*. Singapore: Federal Publication (S) Pte Lsd.
- Urban. P, Owen. J, Martin. D, Haese. R, Haese. S. Bruce. M. (2005). *Mathematics For Yhe International Student (International Baccalaureate Mathematics HL Course)*. Australia: Haese & Harris Publication.
- Van de Walle, John A. (1990). *Elementary school mathematics: teaching developmentally*. New York: Longman.
- Van de Walle. Jhon, dkk. (2010). *Elementary and Middle School Mathematics (teaching developmentally)*. United States of America: Allyn & Bacon.